Math. P. 174 m

Mathes.

Geom. gen. R

p. 272.

E. d. Pl. Scharl 1814.

Kleine Geometrie oder Meßkunst

für

Kinder und Jünglinge,

nebst

einer Winkelmessertafel

und

Kupfern.

Dresden und Leipzig,

in der Hilscherschen Buchhandlung, 1794.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorerinnerung.

Darinne ist man heutzutage einig, daß es schon Kindern sehr nüzlich sey, ehe sie noch das Jünglingsalter erreichen, ihren Verstand durch die ersten Anfänge der Geometrie zu schärfen. In dieser Hinsicht schrieb (oder zeichnete vielmehr das beym Unterrichte gefaßte auf) Jacobi seine Geometrie für Kinder.

Immer habe ich ein Buch dieser Art für Kinder, und das alsdann auch der

Jüngling zum Nutzen und Vergnügen gebrauchen könnte, gewünscht. Zugleich wünschte ich für den Jüngling darinne nicht nur den Gebrauch des Meßtisches und des Astrolabium; sondern auch den der Boussole, der Ozonamischen, vom Ende des vorigen Jahrhunderts her bekannten Winkelmesser-Tafel, so wie auch den der blosen Kette oder Schnur und der Stäbe bey Aufnehmungen angeführt. Endlich sollte bey einem solchen Buche, nach meiner Vorstellung, die Anweisung seyn, wie man die unterschiedenen Gegenstände in einem Risse zu zeichnen pflegt, weil diese Uebung auch für Kinder eine angenehme Beschäftigung ist. Diese Anweisung ist in dem zweyten Anhange dieser Blätter beygebracht, und

beym Messen und Aufnehmen ist der Gebrauch der Boussole, der Winkelmessertafel, so wie der blosen Kette oder Schnur nebst den Stäben angeführt.

Schon vom 8. und 9. Jahre haben Kinder das ganz wohl begriffen, was von §. 1 bis mit §. 39 in diesen Blättern enthalten ist, und ich habe das Vergnügen gehabt, zu sehen, wie sie die Beweise mit Buchstaben ganz leicht fasseten. Dieß ist die Ursache, warum ich diese Beweise noch hinzufügte. Die Verknüpfung der Sätze ist dadurch entstanden, daß ich bey vieljährigem ertheilten Unterrichte darauf merkte, wie Kinder und angehende Jünglinge nach und nach die Sätze der Geometrie faßten.

Aus eben diesem Grunde ist der Pythagorische Lehrsatz später, als sonst gewöhnlich, beygebracht, und darum sind die Sätze der Stereometrie, so wie der Trigonometrie, nur praktisch vorgetragen worden.

Meßkunst oder Geometrie.

§. 1. Erklärung. Die **Meßkunst** oder **Geometrie** ist eine Wissenschaft der Größe, wenn man selbige nach ihrer Lage, Ordnung und Verbindung ihrer Theile betrachtet. **Wissenschaft** ist das, was man von einer Sache weis, so zu beweisen, daß es jeder vernünftige Mensch als wahr zugeben muß. **Größe** ist alles, was sich vermehren, oder vermindern läßt. Die Gegenstände sind: gerade, krumme Linien und derselben Verhältnisse; Flächen; Körper.

§. 2. Erklärung. Wenn man die Größe der Gegenstände der Geometrie, §. 1. sucht: so sagt man, sie werden **gemessen**. Nun kann man **Linien**, **Flächen**, **Höhen** und **Körper** messen; daher hat man eine Messung der Länge, **Longimetrie**; der Fläche, **Planimetrie**; der Höhe, **Altimetrie**; und der Körper, **Stereometrie**.

§. 3. Erklärung. Eine Länge ohne Breite und Dicke ist eine **Linie**. Der Anfang und das Ende

Ende derselben ist ein untheilbarer Punkt. Man mußte diesen Punkt als untheilbar annehmen, ob man gleich keinen untheilbaren Punkt machen kann; denn sonst würde die Theilung ins Unendliche fortgehen.

Die Linie ist nun entweder so beschaffen, daß alle Theile einander decken, und weder rechts, noch links von der geraden Richtung abweichen; oder sie decken nicht einander und weichen von der geraden Richtung ab. Jene heißt eine gerade, F. 1.; diese eine krumme Linie, F. 2.

§. 4. Die gerade Linie wird beym Messen als Maaßstab gebraucht, und dann nennt man sie: eine Ruthe. Diese theilt man in 10 Schuh, oder Fuß. Der Fuß hat 10 Zoll. Der Zoll hat 10 Linien. Die Linie hat 10 Scrupel, der ersten Gattung, die man auch Quarten nennt; so wie die Linien auch Tertien genennt werden. Die Quarte hat 10 Quinten. Die Quinte hat 10 Sexten. Gemeiniglich geht man beym Messen nur bis Zoll. Diese Eintheilung nach 10. heißt: zehntheiliges Decimal-Maaß, auch das Geometrische.

Man macht die Eintheilung auch nach 12, und dann heißt es: zwölftheiliges Rheinländisches Maaß. Man macht auch die Eintheilung nach 14. und 16. In Sachsen hält eine Ruthe 8. auch $7\frac{1}{2}$ Leipziger Ellen.

Die

Die Bezeichnung der Theile ist folgende: o Ruthe; I Fuß; II Zoll; III Linie; IIII oder IV Quarte; V Quinte; VI Sexte. Gemeiniglich schreibt man: 8563479^{VI}; oder $8^{o}5^{I}6^{II}3^{III}4^{IIII}7^{V}9^{VI}$; ausgesprochen: 8 Ruthen, 5 Schuh, 6 Zoll, 3 Linien, 4 Quarten, 7 Quinten, 9 Sexten. Gewöhnlich geht man bey Ausmessung der Felder nur bis Zoll.

§. 5. Erklärung. Wenn eine gerade Linie CD, F. 3. sich um einen festen Punkt C bewegt: so bekommt man einen Zirkel. In der Ausübung tritt in die Stelle der geraden Linie CD die Eröfnung des Zirkels, F. 4, wo A feste in C, F. 3, stehet, und B, F. 4, die krumme Linie, F. 3, DAEGFBD beschreibet. Ferner: wenn man in C einen Faden, oder Lineal befestiget, und in D einen Bleystift hält; so wird, beym Herumdrehen, auch die krumme Linie beschrieben. C heißt: **Centrum, Mittelpunkt.** DAEGFBD nennt man **Peripherie**, das ist, eine krumme Linie, die man in gleicher Entfernung von C herum getragen hat. CD ist der **Radius, Zirkelstrahl.** AB heißt: **Diameter, Durchmesser.** CB ist der **halbe Diameter** und der ist gleich dem Radius. Jede Linie, die nicht durch C geht, wie EF, wird **Sehne, Chorde** genennt. Jede Linie, welche die Peripherie aussen berührt, ohne sie zu schneiden, und auf dem Diameter wie HB steht, nennt man: **Tangent, die berührende Linie.** Das Stück

der

der Peripherie AEG heißt: Bogen. ACD heißt: Ausschnitt, Sector. Die Fläche EGFE wird Abschnitt, Segment genennt.

§. 6. Die Peripherie eines jeden Zirkels, er mag groß oder klein seyn, wird in 360 Theile, die man Grade nennt, getheilt; weil sich 360 durch viele andere Zahlen leicht theilen läßt. Ein Grad hat 60 Minuten; eine Minute 60 Secunden; eine Secunde 60 Tertien und so weiter, wie im Längenmaaß §. 4. Man bezeichnet Grade, wie Ruthen $^{\circ}$; Minuten, wie Fuß ^{I}; Secunden, wie Zoll ^{II}; Tertien ^{III} und so weiter, wie §. 4. Also $4^{\circ}7^{I}5^{II}3^{III}6^{IIII}2^{V}8^{VI}$ heißt: 4 Grad, 7 Minuten, 5 Secunden, 3 Tertien, 6 Quarten, 2 Quinten, 8 Sexten. Gemeiniglich bleibt man bey Minuten oder höchstens Secunden stehen.

§. 7. Erklärung. Zirkel, die aus einem und eben demselben Punkte beschrieben werden, nennt man: cocentrische Zirkel, F. 5. Eben so werden die Bogen AB und CD cocentrische Bogen genennt.

§. 8. Grundsätze. Zwischen zwey Punkten A und B, F. 1, kann nur eine gerade Linie gezogen werden. Alle Linien aus dem Mittelpunkte an die Peripherie gezogen, wie F. 3. CA, CD, sind gleich lang. Alle Punkte in der Peripherie stehen gleich weit vom Mittelpunkte ab. Alle cocentrische Bogen haben einerley Anzahl Grade; denn alle

alle Peripherien werden, nach §. 6, in 360° eingetheilet.

§. 9. Aufgabe. Eine gerade Linie AB, F. 6, zu messen. Man sezt in die Enden der Linie zwey Stäbe A und B. Nach dem die Linie lang ist, werden noch mehr Stäbe dazwischen gesezt, so, daß sie alle einander decken, wenn man von A nach B, oder von B nach A sieht. Hier steht in C ein Stab. Alsdenn legt man die Meßstange, Meßkette oder Meßschnur so vielmahl daran hin, als nöthig ist, um die Länge AB in Ruthen, Füssen u. s. w. zu bekommen.

Auf dem Papiere theilt man eine gerade Linie in einige Theile ein, davon jeder eine Ruthe bedeutet. Die Ruthe am Ende in 10 Füsse. Oder man macht sich einen verjüngten Maaßstab, F. 7, also, daß man AB z. B. in 5 Theile theilet. Alsdenn leget man den Winkelhacken an AB so, daß die Ecke an A steht, damit man an dem andern Schenkel des Winkelhackens hin AC ziehen könne. AC so wie AE werden in 10 gleiche Theile getheilet. Eben so legt man den Winkelhacken an AE, daß die Ecke an E steht, damit man ED ziehen könne. Die Theile von AC trägt man auf ED, und zieht die Linien 1 bis 1, 2 bis 2 u. s. w. Eben so sezt man mit dem Winkelhacken auf AB die Linie BH gleich AC. AE trägt man von E bis 1, von 1 bis 2, von 2 bis 3 und richtet wie vorhin in 1, 2, 3 Linien mit dem Winkelhacken

auf.

auf. Aus den Theilungspunkten auf AC zieht man die Linien bis an BH. Nun trägt man auf die gezogene Linie CH die Theile von AE auf CD und ziehet aus den Theilen von AE auf CD schräg über E 1, 1 2, 2 3 und so weiter bis 9. C. Auf AB wie auf CH stehen hier 5 Ruthen. Zwischen AE, so wie zwischen CD stehen 10 Fuß. Die schrägen Linien schneiden die Zolle ab. Sezt man nun den Zirkel mit dem einem Fuße in G und thut den andern auf bis F; so faßt der Zirkel $4^{0}5^{I}5^{II}$.

Ist nun AB, F. 6, auf dem Papiere zu messen: so nimmt man mit dem Zirkel AB auf, hält den Zirkel an den Maaßstab, F. 7, und man weis, wie viel die Linie Ruthen, Fuß und Zolle hat.

§. 10. Erklär. Sezt man, mit dem Winkelhacken, auf CB, F. 8, die Linie CD; so neigt sich diese Linie weder nach CB, noch von CB weg, und sie steht mitten inne. Dieser Stand der Linie CD gegen CB heißt: ein Perpendicul, und die Linie CD steht perpendiculär, lothrecht, senkrecht. Da sich DC und CB in C berühren; so heißt DCB ein Winkel, und um des Loths CD willen ein rechter Winkel. Neigt sich AC nach CB, F. 9: so heißt der Winkel ACB ein spitziger. Neigt sich, F. 10, EC von CB weg; so wird der Winkel ECB ein stumpfer genennt. Man benennt den Winkel mit drey Buchstaben so, daß der Buchstabe, welcher an der Spitze des Winkels steht, in der Mitte gesezt wird; oder man benennt ihn

ihn mit dem Buchstaben, der an der Spitze des Winkels steht. Das Wort Winkel bezeichnet man mit $<$.

§. 11. Lehrsatz. Wenn F. 11. auf A B in C ein Loth aufgerichtet wird, und wenn man aus C einen halben Zirkel auf A B beschreibt: so hält jeder rechte Winkel x und o gerade 90°. Dieses beweist man so: die ganze Peripherie hat nach §. 6, 360°; also die halbe Peripherie 180° und der vierte Theil 90°. Ist dieses; so hat A D wie D B 90°, und $<$ x hat auch 90°, so wie $<$ o. Ein rechter Winkel hat also 90°; ein spitziger Winkel ist unter 90°, und ein stumpfer über 90°.

§. 12. Lehrsatz. Alle Winkel auf einer geraden Linie neben einander, welche neben Winkel heißen, machen zusammen 180°. So ist, F. 12, $o + x = 180°$; denn sie stehen unter der halben Peripherie A D B, welche 180° ist. Eben so sind alle Winkel um einen Punkt herum $= 360°$.

Dieser Satz gewährt den Nutzen, daß, wenn man z. B. den Winkel x nicht messen kann, so messe man den Winkel o, ziehe ihn von 180° ab, und x bleibt übrig.

§. 13. Erklär. Wenn man drey gerade Linien so zusammensezt, daß sie auch drey Winkel bilden: so nennt man das ein Dreyeck, einen Triangel. Da Dreyecke aus Winkeln und geraden Linien bestehn:

stehn:

stehn: so werden sie auch nach selbigen unterschieden benennt, und zwar

I. in Ansehung der Winkel giebt es dreyerley, als: rechtwinklichte, wenn F. 13, ein Winkel ein rechter ist; stumpfwinklichte, wenn F. 14, ein Winkel stumpf ist; und spitzigwinklichte, wenn F. 15, alle drey Winkel spitzig sind.

II. In Ansehung der Seiten giebt es auch dreyerley, als: gleichseitige, wenn F. 16, alle drey Seiten gleich groß sind; gleichschenklichte, wie F. 17, wo zwey Seiten gleich groß sind; ungleichseitige, wie F. 18, wo keine Seite der andern gleich ist.

Es ist gleich klar, daß zwey Seiten zusammen genommen in jedem Dreyecke größer sind, als die dritte Seite. Z. B. F. 18. $AC + CB$ ist größer, als AB. Dies schreibt man so: $AC + CB > AB$.

§. 14. Erklär. Vier gerade Linien, welche so zusammengesetzt werden, daß sie auch vier Winkel bilden, geben eine viereckichte Figur. Sind alle vier Seiten und alle vier Winkel gleich groß, das ist, die vier Winkel sind rechte Winkel: so hat man ein Quadrat wie F. 19. Sind alle vier Seiten gleich groß und die gegenüberstehenden Winkel gleich, wie F. 20: so heißt es Rhombus, Raute. Wenn die gegenüberstehenden Seiten nur gleich groß sind, und alle vier Winkel rechte sind, wie F. 21: so wird es Rechteck, Rectangul genennt. Sind die gegenüberstehenden Winkel

und

und Seiten gleich groß, wie F. 22: so heißt es längliche Raute, Rhomboides. Findet keine der itzt genannten Eigenschaften statt, und die viereckigte Figur hat nichts gleich, wie F. 23: so heißt sie Trapez, Mensula.

Werden 5, 6, 7 und mehr Linien so zusammengesetzt, daß sie auch 5, 6, 7 und mehr Winkel bilden, das ist, so viel Winkel als Seiten sind: so werden solche Figuren Vielecke, Polygone, und besonders Fünfecke, Sechsecke, Siebenecke u. s. w. genennt. Sind in einem Vielecke alle Seiten gleich groß: so ist es regulär, und dann sind auch alle Winkel gleich. Sind die Winkel und Seiten nicht gleich groß: so ist es irregulär. So ist F. 24 regulär; F. 25 aber irregulär.

§. 15. Erklär. Gerade Linien, welche in gleicher Entfernung von einander laufen, werden Parallellinien genennt, F. 26. Alle senkrechte Linien, welche zwischen Parallellinien stehen, haben einerley Länge. Da nun, nach §. 14, F. 19, 20, 21, 22 parallellaufende Seiten haben; so werden diese alle Parallelograms genennt.

§. 16. Aufgabe. Eine Linie mit einer andern parallel zu ziehen.

I. Mit dem Parallellineal. Dieses besteht aus zwey, durch zwey bewegliche Bänder an einander befestigten Linealen. Man legt die Schärfe

des

des untern Lineals an C D, F. 26, hält es feste und schiebt das obere Lineal hinauf bis an den gegebenen Punkt E; alsdenn kann man A B parallel mit C D ziehen.

II. Mit dem Zirkel und Lineale. Man hält den einen Schenkel des Zirkels an das, an C D gelegte Lineal, thut den andern Schenkel bis in E auf und zieht mit dem Zirkel an C D hin: so bezeichnet der andere Schenkel des Zirkels A B.

III. Mit einem Lineal und Winkelhacken oder rechtwinklichten Dreyecke. Man legt den Winkelhacken, oder das rechtwinklichte Dreyeck an C D, und zur Seite desselben bey C ein Lineal, an diesem schiebt man jene hinauf bis E, damit man A B ziehen könne.

§. 17. Aufgabe. Einen Winkel zu messen und aufzunehmen.

A. Auf dem Papiere.

I. Man braucht dazu einen halben Kreis oder Zirkel, Transporteur genennt, F. 27, der in 180°, jeder Grade auch wohl in halbe und viertheil Grade abgetheilet ist. Diesen legt man so auf C B, daß die Schärfe des Durchmessers vom Transporteur die Linie C B, und die Spitze C der Mittelpunkt des Transporteur deckt. Alsdenn zählt man an dem Bogen A B die Grade, welche C A abschneidet, und man hat die Größe des Winkels C.

II. Oder

II. Oder man nimmt vom verjüngten Maaßstabe, F. 7, mit dem Zirkel 30′ ab, und trägt sie aus C, F. 28, auf CA und CB so, daß CA = CB. Hierauf nimmt man AB mit dem Zirkel auf, hält ihn auf den verjüngten Maaßstab, um die Größe AB nach Fuß und Zoll zu bekommen. Diese Fuß und Zolle schlägt man in der, am Ende angehängten Winkelmessertafel auf, und da findet man daneben die Größe des Winkels C in Graden und Minuten.

B. Auf dem Felde.

I. Mit dem **Meßtische**, oder mit der **Mensul**. Dieses Instrument besteht aus einem Reißbrete, in dessen Mitte unten ein Rohr angeschraubt und auf ein Stativ gesetzt wird. Man setzt den Meßtisch in die Spitze des Winkels C, F. 28, und vermittelst eines Instruments, das wie ein Buchhalter aussieht, an dessen einem Schenkel man ein Loth hängt, trägt man den Punkt C so auf, daß der Punkt auf dem Papiere lothrecht über der Spitze des Winkels C steht. An diesen Punkt auf dem Papiere legt man ein Visirlineal, und visirt nach A und auch nach B, indem man jedesmal mit dem Bleystift daran hinzieht: so steht der Winkel auf dem Papiere, und man kann ihn mit dem Transporteur, wie bey A I. messen.

II. Mit dem Astrolabium. Dieses ist ein Instrument, wie der Transporteur, wo an dem Ende

des Diameters Visire sind, und im Mittelpunkte ein beweglich Visirlineal sich befindet. Man setzt dieses Instrument mit dem Stative, vermittelst des Lothes, in die Spitze des Winkels C, F. 28, richtet den Diameter auf C B, dreht alsdenn das bewegliche Visir nach A, und endlich zählt man am Bogen die Grade ab, die das Visir abschneidet, so hat man des Winkels Größe.

III. Mit der Boussole. Dieses ist ein Magnetkästchen, das auf einer vierkantichten Platte steht. Um die Nadel herum ist ein Zirkelkreis in seine 360° getheilt, und an den Punkten Nord und Süd sind Visire. Dieses Instrument setzt man, wie das Astrolabium, in C, F. 28, und wenn die Nadel Nord zeiget, drehet man es so, daß man B erblicket, und merket sich die Grade, um wie viel die Linie C B sich von Nord rechts oder links wegneiget. Eben so visirt man nach A und sieht, wie viel Grade die Nadel links oder rechts von C A abweicht. Nun legt man das Magnetkästchen mit der vierkantichen Platte auf das Papier, zieht mit dem Bleystifte daran hin; das Papier mit der Boussole drehet man so lange, bis die Nadel die erste Abweichung zeiget; hierauf hält man das Papier feste und drehet die Boussole an dem Ende der Linie herum, bis die Nadel den Grad der andern Abweichung zeigt und ziehet an der Platte hin. Auf diese Weise wird der Winkel auf das Papier gesetzt.

setzt. Nun kann der Winkel auch mit dem Transporteur nach A. I. gemessen werden.

IIII. Nach der am Ende angehängten Winkelmessertafel. Man mißt, F. 28, C A und C B = 30′ ab, und dann die Sehne A B, welche, in der Winkelmessertafel aufgeschlagen, den Winkel C giebt.

§. 18. Aufgabe. Einen Winkel aufzutragen.

A. Auf dem Papiere.

I. Man legt den Transporteur auf C B, F. 28, zählt die Grade ab, macht einen Punkt A, an diesen und an C legt man das Lineal und zieht A C, so ist A C B aufgetragen.

II. Oder man zieht eine Linie C B = 30′, F. 28; aus C macht man mit eben der Eröfnung einen Bogen; man schlägt in der Winkelmessertafel den gegebenen Winkel auf, um dessen Sehne in Schuh und Zoll zu haben; nimmt selbige vom verjüngten Maaßstabe mit dem Zirkel auf, setzt ihn in B, und durchkreuzt den Bogen in A; endlich legt man das Lineal an C und A, und zieht C A. Auf diese Art wird der Winkel A C B aufgetragen.

B. Auf dem Felde.

I. Man setzt den Meßtisch, worauf der gegebene Winkel gezeichnet ist, in C, F. 28; legt das Visir an C B, und läßt in dieser Richtung den Stab B setzen; eben so legt man das Visir an

C A, und läßt in dieser Richtung A setzen; endlich nimmt man das Instrument weg, und steckt einen Stab in C, so ist A C B aufgetragen.

II. Das Astrolabium wird in C gesetzt; mit der Richtung des Diameters wird der Stab B gesetzt; man richtet das bewegliche Visir auf den gegebenen Grad, und läßt in dieser Richtung A einsetzen; so ist A C B aufgetragen, wenn man in C auch einen Stab setzt.

III. Mit der Boussole trägt man den Winkel eben so auf, wie auf dem Papiere nach §. 17. B. III. Doch dieses ist nicht gewöhnlich, erfordert auch mehr Mühe.

IIII. Mit der Winkelmessertafel trägt man den Winkel auf das Feld, wenn man, nachdem C B = 30′ abgesteckt ist, die Sehne des Winkels mit einer Kette oder Schnure von B aus, und mit einer andern 30′ von C nach A austrägt, und wo beyde Maaße zusammen treffen, setzt man den Stab A, daß also A C B aufgetragen ist.

* Man kann den Winkel aufnehmen und auftragen auch nur mit der Kette, Schnur und mit Stäben, wenn man, im ersten Falle z. B. 20′, 30′ oder mehr auf C B und C A, F. 29, abmißt, und dann auch A B mißt. Trägt man C B verjüngt auf mit dem Zirkel, und macht aus C einen Bogen nach A; nimmt man ferner

ner die gemessene Sehne A B verjüngt auf, und durchkreuzt A aus B; so ist A C B auf dem Papiere. So trägt man A C B auch aufs Feld mit eben den Handgriffen, wie bey B IIII. gesagt wurde.

§. 19. Lehrsatz. Zwey Dreyecke sind einander gleich.

a) Wenn zwey Winkel an den Enden einer gleichnamigen Seite, und die Seiten selbst einander gleich sind;

b) wenn zwey Seiten und ein Winkel, den sie einschliessen, einander gleich sind;

c) wenn alle drey Seiten einander gleich sind.

Dieses kann man so beweisen: Man zeichne zwey Dreyecke, wie F. 30. C A B, F. 31. a. E D F sind, und schneide sie aus. Wenn nun a) bewiesen werden soll, so lege man E F auf C B, daß sich beyde und ∠ E den ∠ C, ∠ F den ∠ B decke; so wird E D auf C A, F D auf B A und ∠ D in ∠ A so fallen, daß sie sich auch decken, und △ C A B ist so groß wie △ E D F.

Soll b) bewiesen werden, so lege man die eben genanten zwey Dreyecke C A B und E D F so auf einander, daß D E auf A C, E F auf C B, und ∠ E auf ∠ C so liege, daß sie sich decken; so wird D F auch A B, ∠ D auch ∠ A, ∠ F auch ∠ B decken, und also ist △ E D F = △ C A B.

Soll c) bewiesen werden, so lege man △ E D F auf C A B so, daß E D decke C A, E F decke C B, F D decke B A, so wird ∠ E auch ∠ C, ∠ F auch ∠ B, ∠ D auch ∠ A decken, und △ E D F = △ C A B.

§. 20. Grundsätze. Linien, Winkel, Dreyecke, Vierecke und Vielecke, die einander decken, sind einander gleich. Umgekehrt: wenn sie einander gleich sind, decken sie auch einander.

Linien, Winkel, Dreyecke, Vierecke und Vielecke, die auf einerley Art erzeugt werden, sind einander ähnlich. Also sind alle Zirkel einander ähnlich. Eben so alle rechtwinklichte Dreyecke u. s. w.

§. 21. Aufgabe. Eine gerade Linie in zwey gleiche Theile zu theilen.

Man mache mit einerley Eröfnung des Zirkels, F. 31, b, aus A und B Bogen, die sich in C und D kreuzen. An C und D lege man das Lineal, und mache auf A B in E einen Punkt, oder einen Strich; so wird A E = E B.

Bewiesen wird es also: Man ziehe A C, C B, B D, D A und D C, so entstehen vier rechtwinklichte Dreyecke, die alle gleich sind. Denn △ C A D = C B D; weil A C = C B = B D = D A, als mit einerley Eröfnung des Zirkels gemacht; C D = C D, als eine Seite, die beyden Dreyecken gemein ist, und ihre Länge nicht ändert, man

mag

mag ſie zu C A D oder C B D rechnen. Daher ſind beyde Dreyecke, nach §. 19. c) einander gleich, folglich auch die Winkel, und $\angle O = \angle Y$. Im $\triangle ACE$ und BCE iſt $AC = CB$, $CE = CE$ und $\angle O = \angle Y$; alſo ſind nach §. 19. b) die Dreyecke A C E und B C E einander gleich, und folglich $AE = EB$.

Man ſchreibt den Beweis auch ſo:

$AE = EB$

I. $\triangle CAD = \triangle CBD$, weil

$AC = CB = BD = DA$, nach einerley Eröfnung des Zirkels

$CD = CD$

$\triangle CAD = \triangle CBD$ nach §. 19. c)

und $\angle O = \angle Y$

II. $\angle O = \angle Y$ } nach I.

$AC = CB$ }

$CE = CE$

alſo $\triangle ACE = \triangle BCE$, nach §. 19. b)

folglich $AE = EB$.

Da unter jeden Bogen eine Sehne gezogen werden kann, ſo kann auch jeder Bogen wie die Linien getheilt werden.

§. 22. Aufgaben. Perpendicularlinien ohne Winkelhaken zu ziehen.

I. Aus einem Punkte auf eine Linie, z. B. aus C auf A B, F. 32. Mit einerley Eröfnung des Zirkels macht man aus C auf A B in F und G Einſchnitte. Aus F und G macht man mit einerley

nerley Eröfnung des Zirkels kreuzende Bogen in D. Endlich legt man das Lineal an D und C, und zieht D E, welches lothrecht auf A B steht.

II. Aus einem Punkte C, F. 33, auf einer Linie A B. Man setzt den Zirkel in C, und macht A C = C B. Nun setzt man den Zirkel in A und B, und macht mit einerley Eröfnung des Zirkels kreuzende Bogen in D. Endlich legt man das Lineal an D und C, so wird die gezogene Linie D C lothrecht.

III. Aus dem Ende einer Linie A, F. 34, ein Loth aufzurichten. Man mache aus A mit dem Zirkel den Bogen D F E mit eben der Eröfnung aus D den Einschnitt in F, und aus F in E. Ferner mit einerley Eröfnung des Zirkels aus E und F kreuzende Bogen in C. Endlich legt man das Lineal an A und C, ziehet A C, und dieses steht lothrecht in A an A B.

Oder man setzt, F. 35, in F willkührlich den Zirkel, thut ihn bis A auf, macht den Einschnitt in D, legt an D und F das Lineal, und trägt D F aus F in C; endlich legt man das Lineal an A und C, so wird A C das Loth.

§. 23. Aufgabe. Aus einer gegebenen Linie einen gleichseitigen Triangel zu machen. Es sey F. 16. A C gegeben. Man nehme A C mit dem Zirkel auf, mache aus A und C kreuzende

Bogen

Bogen in B, und ziehe A B und C B; so ist A B C das verlangte gleichseitige Dreyeck.

§. 24. Aufgabe. Aus zwey Linien B A und A C, F. 17, einen gleichschenklichten Triangel zu machen.

Man trage A B auf, man nehme A C mit dem Zirkel auf, und mache aus A und B kreuzende Bogen in C. Zieht man nun A C und B C, so ist A C B der gleichschenklichte Triangel.

§. 25. Aufgabe. Es wurden drey Linien A C, C B und B A gegeben, um den ungleichseitigen Triangel zu machen. F. 18.

Man trage A C als Grundlinie auf: man nimmt B A auf, und macht mit dem Zirkel nach dieser Eröfnung aus A einen Bogen bey B; endlich nimmt C B auf, und durchkreuzt aus C den Bogen B. Zieht man nun A B und C B; so ist A B C das ungleichseitige Dreyeck.

§. 26. Aufgabe. Aus zwey gegebenen Linien A B und B C, F. 13, einen rechtwinklichten Triangel zu machen.

Man trägt B C auf, setzt A B, nach §. 22, III, oder mit dem Winkelhaken, nach §. 10, in B, so kann man A C ziehen, und A B C ist das rechtwinklichte Dreyeck.

§. 27. Aufgabe. Aus zwey Seiten und einem Winkel, er sey stumpf oder spitzig, einen Triangel

angel zu machen. A C und B C ist mit dem ∠ A gegeben. F. 14.

Man trägt A C auf; legt den Transporteur nach §. 18. A. I. an, und trägt den Winkel in A; man legt das Lineal an A, und den Punkt um A B daran setzen zu können; und nun zieht man B C, so ist B A C das verlangte Dreyeck.

§. 28. Aufgabe. Aus einer Seite A C, F. 18, und den Winkeln A und C ein Dreyeck zu machen.

Man trägt A C auf; in A und C setzt man, nach §. 18. A. I, die gegebenen Winkel, so schliessen die gezogenen Linien A B und C B das verlangte Dreyeck.

§. 29. Aufgabe. Einen Winkel in zwey gleiche Theile zu theilen.

Man setze, F. 36, den Zirkel in die Spitze A, und schneide B und C so ab, daß A B = A C. Aus B und C macht man mit gleicher Eröfnung aus B und C kreuzende Bogen in D. An A und D legt man das Lineal, und zieht D A, so ist ∠ X = ∠ Y. Der Beweis ist: Der Triangel A B D ist gleich △ A C D; weil A B = A C, B D = C D, A D = A D, nach §. 19. c); folglich ist ∠ X = ∠ Y. Oder man schreibt den Beweis auch so:

∠ X

$\angle X = \angle Y$; denn

$$\left.\begin{array}{l} AB = AC \\ BD = CD \\ AD = AD \end{array}\right\} \text{weil man es so gleich machte.}$$

$\triangle ABD = \triangle ACD.$

also $\angle X = \angle Y.$

§. 30. Lehrsatz. Die Winkel x und o an der Grundlinie eines gleichschenklichten Dreyecks, F. 37, sind einander gleich.

Man theile A B in zwey gleiche Theile in D, und ziehe D C, so ist der Beweis: A C = C B, als die gleichen Schenkel; A D = D B, weil man es gleich machte; und C D = C D, als beyden Dreyecken A D C und B D C gemein. Also ist, nach §. 19. c) $\triangle ADC = \triangle BDC$ und $\angle X = \angle O$. Oder man schreibt den Beweis so:

$\angle X = \angle O$

A C = B C, als gleiche Schenkel,

A D = D B, weil man es gleich machte,

C D = C D, als beyden △ △ gemein,

also $\triangle ADC = \triangle BDC$ nach §. 19. c)

folglich $\angle X = \angle O$.

Hieraus folgt, daß in jedem gleichseitigen Triangel alle drey Winkel gleich sind; denn man kann ihn als gleichschenklich von allen Seiten betrachten.

§. 31. Lehrsatz. Vertikalwinkel, das ist, solche, die sich die Spitzen zukehren, und deren Schen-

kel in gerade Linien fallen, sind einander gleich, das ist, F. 38. $w = u$, $y = x$.

Der Beweis ist: $y + u = 180°$, nach §. 12; $y + w = 180°$, nach §. 12; $y = y$; zieht man nun y ab von $y + u$ und von $y + w$, so bleibt $w = u$ übrig.

Wiederum $y + u = 180°$ und $x + u = 180°$ beydes nach §. 12; u abgezogen von $y + u$ und von $x + u$, läßt übrig $y = x$.

Man schreibt den Beweis auch so:

$w = u$; denn	$y = x$; denn
$\left.\begin{array}{l} y + u = 180° \\ y + w = 180° \end{array}\right\}$ §. 12.	$\left.\begin{array}{l} y + u = 180° \\ x + u = 180° \end{array}\right\}$ §. 12.
$y + w = y + u$	$y + u = x + u$
$y = y$ abgezogen	$u = u$ abgezogen
$w = u$.	$y = x$.

§. 32 Lehrsatz. Wenn zwey Parallellinien E F und C D, F. 39. von einer dritten Linie B A durchschnitten werden: so ist

1) $\angle u + \angle y = 180°$; 2) $\angle o = y$; 3) $x = y$. Das ist, 1) die bey den innern Winkel $= 180°$; 2) der äusere gleich dem innern; 3) die Wechselwinkel x und y sind gleich.

Das erste: $\angle u + \angle y = 180°$; beweist man so: da C D und E F parallel sind, so ist $u + y$ entweder größer als $180°$, oder kleiner als

180°,

180°, oder gerade 180°, kein vierter Fall findet nicht statt. Wäre $u + y$ mehr oder weniger als 180°, so könnte C D und E F nicht parallel seyn; nun ist aber die Lage dieser Linien parallel; also muß $u + y = 180^\circ$ seyn.

Das zweyte: $o = y$ beweist man so: $u+y=180^\circ$; $u+o=180^\circ$ nach §. 12; u von $u+y$ und von $u+o$ abgezogen, läßt $o=y$ übrig.

Das dritte: $x=y$, wird so bewiesen: $o=y$; $o=x$ nach §. 31; o von beyden abgezogen, läßt $x=y$. Man schreibt diesen Beweis auch so:

I. $\angle u + \angle y = 180^\circ$; denn
entweder $u+y < 180^\circ$
oder $u+y > 180^\circ$
oder $u+y = 180^\circ$
aber E F parallel C D

also $u+y = 180^\circ$

II. $\angle o = \angle y$; denn
$u+y=180^\circ$, nach I.
$u+o=180^\circ$, nach §. 12.

$u+o=u+y$
$u = u$ abgezogen

$\angle o = \angle y$.

III. $\angle x = \angle y$; denn
$\angle o = \angle y$, nach II.
$\angle x = \angle o$, nach §. 31. addirt.

$o+x=o+y$
$o=o$ abgezogen

$\angle o = \angle y$.

Daraus, daß $u+y=180^\circ$; daß $\angle o = \angle y$; daß $\angle x = \angle y$ kann man nach obigen Beweisen auch zeigen, daß C D und E F parallel seyn müssen,

müssen, wenn man dieses nicht, wohl aber das erstere wüßte.

Wenn nun drey und mehr Linien parallel laufen und von einer andern Linie durchschnitten werden, wie F. 40; so ist m = n = o und p = n und s = o.

§. 33. Aufgabe. Die Entfernung von A bis B zu finden, wenn man von A nach B, F. 41, nicht kommen kann.

I. Mit Meßkette oder Meßschnur und mit Stäben gleich an Ort und Stelle.

Man setzt willkührlich in C einen Stab; man mißt A C und trägt es zurück bis E so, daß C E = C A und A, C, E in gerader Linie stehen. Eben so mißt man C B und trägts bis D zurück, so wird D E, das man messen kann, gleich A B seyn. Will man diese Aufgabe so auflösen, so muß der Boden eben seyn; ist er aber nach D und E zu nicht ganz eben, so trägt man nur $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{4}$ u. s. w. C B und C A zurück, und dann muß man D E mit 2, 4 u. s. w. multipliciren, um A B zu bekommen. Ist der Boden aber gar nicht eben, oder man will A B geschwinder finden, so kann man

II. es finden

1) mit der Mensul, F. 42, welche man in C setzt, und, nach §. 17. B I, den Winkel C aufnimmt, A C und B C mißt, und nachdem es

verjüngt

verjüngt aufgetragen worden ist, so kann man, nach dem verjüngten Maaßstabe A B messen, und man weis die Entfernung von A bis B.

2) Mit dem Astrolabium, wenn man nach §. 17. B. II, den Winkel C mißt und A C und B C. Nun trägt man A C verjüngt auf, sezt, nach §. 18. A. I, den Winkel in C, so kann man C B verjüngt dran setzen, und A B nach dem verjüngten Maaßstabe messen.

3) Mit der Boussole. Nach §. 17. B. III. nimmt man den Winkel C auf, und trägt ihn auf. Man mißt C A und C B und trägt sie verjüngt auf die Schenkel des Winkels, so kann man wie 2) A B finden.

4) Nach der Winkelmessertafel. Man nimmt den Winkei C, nach §. 17. B. IIII auf, und trägt ihn, nach §. 24, auf das Papier, auf die Schenkel des Winkels C sezt man verjüngt die gemessenen Linien C A und C B, so kann man, wie bey 2) A B messen.

5) Man kann blos mit der Meßkette, oder Meßschnur und Stäben den Winkel C aufnehmen, nach §. 18.*, und das Dreyeck D C E nach §. 25. verjüngt auftragen. Verlängert man die Schenkel des Winkels, und sezt C A, C B verjüngt darauf, so kann man A B, wie bey 2) messen.

Der

Der Beweis bey I, F. 41 folgt so:

AB = DE; denn

AC = CE } weil man's gleich machte.
BC = CD }

∠o = ∠x, §. 31.

also △ACB = △DCE §. 19. b)

folglich AB = DE.

Der Beweis zu II ist: man hat nach einem, obgleich kleinern Maaßstabe, die gemessenen Linien, und den Winkel eben so groß, wie auf dem Felde aufgetragen. Der Beweis wird sich unten in der Proportionslehre erschöpfen lassen. Der Anfänger denkt sich gemeiniglich zwey verschiedene zu messende Gegenstände, wenn man die Auflösung II, erst nach der Proportionslehre vornimmt.

§. 34. Aufgabe. Einen Winkel auf dem Felde in einen andern Punkt zu setzen.

Es ist F. 43. der Winkel DCB gegeben, man soll ihn in B tragen. Wenn man in F einen Stab setzt, CF mißt und aus B in f trägt, so kann man in E auch einen Stab setzen, CE messen, so wie EF, und nach der Länge CE die Schnur oder Kette an den Stab B hängen, so wie eine andere Schnur oder Kette, nach der Länge EF, an den Stab f hängen. Zieht man nun beyde Schnuren oder Ketten an, so bezeichnen sie den Punkt e, wo man einen Stab, und mit B, e den

den Stab A setzen kann. Daß nun ∠ C = C B, beweist man so:

∠ C = ∠ B; denn
C F = B f ⎫
C E = B e ⎬ weil man sie gleich machte
E F = e f ⎭
also △ E C F = △ e B f nach §. 19. c)
folglich ∠ C = ∠ B.

Vertritt der eröfnete Zirkel die Stelle der Meßkette, so kann man ∠ C auch in B auf dem Papiere tragen.

§. 35. Aufgabe. Die Entfernung von A bis B, F. 44, zu finden, wenn man weder von A, noch von C nach B kommen kann.

1) Mit der Meßschnur oder Meßkette und mit Stäben gleich an Ort und Stelle.

Man setzt in C einen Stab; man mißt A C und trägt es zurück bis E, daß E C = A C wie bey §. 33. Hierauf trägt man A G in E g, A F in E f und F G in g f, wie im §. 34, daß der Winkel E gleich wird dem Winkel A. Endlich setzt man den Stab D so, daß er mit f und E, desgleichen mit C und B in gerader Linie zu stehen kommt. Mißt man nun D E, so hat man A B.

Der Beweis von dieser Auflösung ist der:

in den beyden Dreyecken A C B und D C E ist A C = C E, ∠ B A C = ∠ C E D, als ganz

einander gleich gemacht; $\angle x = \angle y$, nach §. 31; mithin sind nach §. 19. a) die Dreyecke A C B und D C E gleich, und folglich D E = A B.

Oder man schreibt diesen Beweis so:

D E = A B; denn
A C = C E }
$\angle$ A = $\angle$ E } als gleich gemacht
$\angle x = \angle y$ nach §. 31.
also $\triangle$ A C B = $\triangle$ D C E
folglich D E = A B.

Kann man A C nicht ganz zurücktragen, so gilt auch hier, was §. 33. I. gesagt wurde.

2) Mit dem Meßtische.

Man mißt A C, F. 45, trägt die Linie A C verjüngt auf den Meßtisch und setzt den Meßtisch so, daß C auf die Spitze des Winkels C senkrecht und A C an die Richtung der Linie A C zu stehen kömmt. Nun drehet man das Visirlineal an C, bis man B erblickt und ziehet C B. Eben so setzt man den Meßtisch in A, visirt nach B, damit man A B ziehen könne, so werden sich A B und C B in B kreuzen. Alsdenn mißt man nach dem verjüngten Maaßstabe A B auf dem Papiere, so hat man A B auf dem Felde.

3) Mit dem Astrolabium.

Man mißt, F. 45, A C und alsdann mißt man die Winkel C und A, nach §. 17, B. III. Nun trägt man A C verjüngt auf, und setzt, nach

§. 18,

§. 18, A I, den Winkel C in C, und den Winkel A in A, damit man C B und A B ziehen kann. Endlich mißt man A B wie bey 2).

4) Mit der Boussole.

Man mißt, F. 45, A C und nimmt, nach §. 17. B. III, die Winkel C und A auf. Nun trägt man A C verjüngt auf und setzt nach eben der §. 17. B. III, gelehrten Weise die Winkel C und A an, so kann man A B messen.

5) Nach der am Ende angehängten Winkelmessertafel.

Man mißt A C, F. 46, steckt mit A und B in gerader Linie den Stab D und nimmt die Winkel D A E und E C F, nach §. 17. A. IIII, auf. Nun trägt man A C verjüngt auf, setzt in A und C die Winkel D A C und E C F, nach §. 18. A. I oder auch II. Verlängert man nun D A und C F, so werden sich diese verlängerten Linien in B schneiden, und man darf nur A B auf dem Papiere messen, so hat man A B auf dem Felde.

6) Eben dieses wird man erlangen, wenn man in Ansehung der Winkel A und C, F. 46, nach §. 18. B. *, verfährt.

§. 36. Aufgabe. Die Breite eines Flußes zu messen.

I. Mit Meßkette oder Meßschnur und mit Stäben, an Ort und Stelle.

 Man

Man stecke den Stab F, F. 47. a, in gerader Linie mit A und B, und den Stab C in C. Man messe B C und trage es zurück in R, so, daß R C B in gerader Linie sey. Man trage, nach §. 34, B G aus R in D, B F aus R in f, so, daß G F aus D mit f zusammentreffe. Mit dem Stabe f und R wird der Stab E so in gerade Linie gesetzt, daß er auch C und A deckt. Mißt man nun E R, so hat man B A. Der Beweis davon ist: $BC = CR$ und $\angle DRf = \angle GBF$, die man gleich groß machte. $\angle GBF + \angle CBA = 180^\circ$ und $\angle DRf + \angle CRE = 180^\circ$, also ist auch $\angle CRE = \angle CBA$ §. 32; $\angle x = \angle o$. §. 31. Also ist $\triangle BCA = \triangle ECR$ und $ER = BA$ §. 19. a) Man schreibt den Beweis auch so:

$ER = BA$; denn
$BC = CR$
$\angle x = \angle o$. §. 31.
$\angle ABC = CRE$, da $\angle FBG = \angle fRD$

also: $\triangle BCA = \triangle ECR$ und $ER = BA$.

Oder, nach F. 47. b, man steckt mit A B in gerader Linie C; setzt den Stab D willkührlich ein; mißt A D, trägts zurück, daß $FD = DA$; mißt C D, trägts zurück, daß $ED = DC$; endlich setzt man den Stab G in gerade Linie mit D B und F E. Mißt man nun G F, so hat man A B. Der Beweis ist der oben gegebene.

II. Mißt

II. Mißt man, F. 48, B C und trägt es verjüngt auf; nimmt man die Winkel B und C mit dem Meßtische, nach §. 17. B I., oder mit dem Astrolabium nach §. 17. B. II., oder mit der Boussole nach §. 17. B. III., oder nach der Winkelmessertafel §. 17. B. IIII., auf, so kann man B A messen. Oder man kann auch, nach §. 18.*, wie im §. 35. 5) verfahren.

§. 37. Lehrsatz. Alle drey Winkel in jedem Dreyecke sind, zusammen genommen, gleich 180°. Dieses beweist man so:

Man ziehe, F. 49, durch die Spitze des Dreyecks mit A B eine Parallellinie, so sind die Winkel $x + o + y = 180°$; denn sie stehen auf einer Linie neben einander, und man kann um sie einen halben Kreis ziehen, nach §. 12. Nun ist $x = u$, und $y = s$ nach §. 32. Der Winkel o aber wird einmal zu x und y, und dann auch zu u und s gerechnet; also ist $x + o + y = u + o + s$. Nun war $x + o + y = 180°$; also ist auch $u + o + s = 180°$. Man schreibt den Beweis auch so:

$$u + o + s = 180°;\ \text{denn}$$

$$\left.\begin{array}{l} x = u \\ y = s \end{array}\right\}\ \text{nach §. 32. 3)}$$

$$\underline{o = o}$$

$$\text{also}\ x + o + y = u + o + s$$

$$\text{aber}\ \underline{x + o + y = 180°},\ \text{nach §. 12.}$$

$$\text{daher}\ u + o + s = 180°.$$

 Daraus,

Daraus, daß alle drey Winkel eines Dreyecks zusammen 180° gleich sind, folgt,

I. daß in jedem Dreyeck nur ein **rechter**, oder nur ein **stumpfer** Winkel seyn kann. Denn da alle drey Winkel gleich sind 180°, ein rechter Winkel aber gleich ist 90°, so müssen die beyden andern auch gleich seyn, 90° zusammengenommen. Eben so, da ein stumpfer Winkel hält über 90°, so müssen die andern beyden zusammen unter 90° seyn.

II. Sind alle drey Winkel gleich groß, so ist jeder gleich 60°; denn 180 dividirt durch 3, giebt 60.

III. Sind zwey Winkel eines Dreyeckes bekannt, so weis man auch den dritten. Denn die beyden bekannten Winkel von 180° abgezogen, geben den dritten. Eben so erfährt man die Summe zweyer Winkel, wenn man einen bekannten Winkel von 180° abzieht.

§. 38. Lehrsatz. Wenn man, F. 50, die eine Seite eines Dreyecks verlängert, so ist der äusere Winkel gleich den beyden Winkeln an der Grundlinie. Das ist $\angle y = \angle o + \angle x$. Dieses beweist man so:

Die Winkel y und u halten zusammen 180°, nach §. 12; die Winkel $u + o + x$ machen auch, nach §. 37, 180° aus; also ist $\angle y + u = \angle u + \angle o + \angle x$. Der Winkel u wird zu beyden gethan,

than, und ist sich also selbst gleich. Zieht man nun $\angle$ u von beyden ab, so ist $\angle$ y $=$ $\angle$ o $+$ x.

Man schreibt den Beweis auch so:

$\angle y = \angle o + \angle x$; denn

$\angle y + \angle u = 180°$; §. 12.

$\angle o + \angle x + \angle u = 180°$, §. 37.

$\angle y + \angle u = \angle o + \angle x + \angle u$

$\angle u = \angle u$ abgezogen

$\angle y = \angle o + \angle x$.

§. 39. Erklär. Ein Winkel an dem Mittelpunkte eines Zirkels, z. B. F. 51. $\angle$ y wird Centriwinkel, und der an der Peripherie x, Peripheriewinkel genennt.

§. 40. Lehrsatz. Der Winkel am Mittelpunkte ist doppelt so groß, als der an der Peripherie, wenn sie auf einerley Bogen stehen.

I. Das ist, F. 51, $\angle y = 2x$. Man beweist es so:

Der Winkel $u + y = 180°$ §. 12; $\angle x + \angle o + \angle u = 180°$; also ist nach §. 38, $\angle y = \angle x + \angle o$. Das Dreyeck D C A ist gleichschenklicht, und also, nach §. 30, $\angle x = \angle o$. Ist dieses, so ist $\angle y = \angle 2x$. A B ist das Maaß vom $\angle$ y, also $\frac{1}{2}$ A B $= \angle$ x.

II. Der Winkel B doppelt ist also auch, nach F. 52, gleich dem Winkel C. Der Beweis wird nach I. und nach §. 38, doppelt geführt. Man

zieht

zieht mit B und C die Linie B E, so sind die Dreyecke B C A und B C D gleichschenklicht, und $\angle$ A = $\angle$ o, $\angle$ D = $\angle$ y. Nach §. 38 ist $\angle$ x = $\angle$ A + $\angle$ o und $\angle$ u = $\angle$ D + $\angle$ y; eben so $\angle$ x = 2 o und $\angle$ u = 2 y. Also $\angle$ x + $\angle$ u = 2 o + 2 y. Nun besteht $\angle$ C aus $\angle$ x + $\angle$ u und $\angle$ B aus $\angle$ o + $\angle$ y: daher ist $\angle$ C = 2 B.

III. Auch nach F. 53, ist $\angle$ o = 2 x. Man betrachtet erst das Dreyeck D C E, dessen Seite E C verlängert ist, so wird man nach I. und nach §. 38. finden, daß der Ausenwinkel F C D gleich ist den Winkeln D und E. Eben so ist im Dreyecke A C E, $\angle$ A und $\angle$ y gleich dem Ausenwinkel s. §. 38. Nun besteht der Winkel F C D aus den Winkeln s + o der Winkel E aus den Winkeln y + x. Die Dreyecke sind gleichschenklicht, also ist $\angle$ A = $\angle$ y, und $\angle$ D = $\angle$ x + $\angle$ y. Also ist $\angle$ s + o = 2 y + 2 x. Zieht man nun s von s + o ab, so bleibt $\angle$ o; und von 2 y + 2 x abgezogen 2 y läßt 2 x, so daß $\angle$ o = 2 x.

Man schreibt die Beweise auch so:

I. F. 51. $\angle$ y = 2 x; denn
$\angle$ y = $\angle$ x + o, §. 38.
$\angle$ x = $\angle$ o, §. 30.
also $\angle$ y = $\angle$ 2 x
und AB = $\angle$ y = 2 x.

II. F. 52. $\angle x = 2o$, und $\angle u = 2y$; denn
$\angle x = 2o$, §. 38. und I.
$\angle u = 2y$, §. 38. und I.

also $\angle x + \angle u = 2o + 2y$.

III. F. 53,
$\angle s + \angle o = 2x + 2y$ I.
$\angle s = 2y$ abgezogen

$\angle o = 2x$.

* Daraus folgt, daß alle Peripheriewinkel, F. 54, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, wenn sie auf einerley Bogen D E stehen, alle einander gleich sind.

Ferner: alle Peripheriewinkel, die auf dem Diameter stehen, wie F. 55, A, C, D, sind lauter rechte Winkel. Wenn man nun in einen der rechten Wintel den Winkelhacken legt, und seine Schenkel decken rechtschaf die Sehnen A B und A E, oder C B und C E, oder D B und D E, so ist der Winkelhacken richtig.

Ferner: Steht der Winkel auf einen Bogen, der größer als ein halber Kreis ist, so ist der Winkel stumpf. F. 56 ist der Bogen A D C größer, als ein halber Kreis, folglich ist der Winkel A B C stumpf.

§. 41. Aufgaben. Auser dem Zirkel giebt es noch einige krumme Linien, welche zu zeichnen nützlich und angenehm sind, selbige sind die Schlangenlinie, F. 57; die Schneckenlinie,

F. 58;

F. 58; die Linsenlinie, F. 59; die Ovallinie, F. 60.

1) Schlangenlinie, F. 57, wird beschrieben, wenn man A B in gleiche Theile theilet, z. B. wie hier in 6 Theile, und beschreibet aus C, E, und G abwechselnd ober- und unterwärts halbe Kreise.

2) Die Schneckenlinie, F. 58, entstehet, wenn man aus C den halben Kreis A B, aus A den B F, aus C den F E und aus A den E D beschreibet.

3) Die Linsenlinie, F. 59, beschreibt man, wenn man aus A und B zwey Zirkel beschreibet, die sich in D und E schneiden, und durch A und B gehen. Man ziehet mit A und E die Linien E H, mit E und B die Linie E I, mit D und A die Linie D F, mit D und B die Linie D G. In E setzt man den Zirkel, und thut ihn auf bis H, und zieht aus H bis I; eben so setzt man den Zirkel in D, und thut ihn auf bis F, um von F bis G zu ziehen, so hat man die Linsenlinie H D I G E F H.

4) Die Ovallinie beschreibt man, F. 60, wenn man einen Zirkel beschreibt aus C, und den Diameter A B zieht. Aus C zieht man, nach §. 10, oder §. 22, die senkrechte Linie C D, die den Kreis schneidet in D; ferner zieht man, nach der Eröfnung des Zirkels nach A B, aus A den Bogen B F, und aus B den Bogen A E;

E; endlich setzt man den Zirkel in D, thut ihn auf bis E, und ziehet den Bogen E F, so ist A B F E A die Ovallinie.

§. 42. Aufgabe. Alle Parallelogramms aufzureissen, oder zu zeichnen.

I. Ein Quadrat aus der gegebenen Linie C D, F. 19, zu machen. Man trägt C D auf; trägt eben die Linie lothrecht, nach §. 10, oder §. 22, in C, so hat man C A; mit eben der Eröfnung des Zirkels nach C D macht man aus A und D kreuzende Bogen in B, so kann man A B und und D B ziehen, und A B D C ist das verlangte Quadrat.

II. Ein Rechteck, länglicht Viereck, aus zwey gegebenen Linien A D und A B, F. 21, zu machen. Man trägt A D auf; setzt A B in A und D lothrecht, nach §. 10, oder §. 22, daran; endlich zieht man B C zusammen. Oder, nachdem A D und A B rechtwinklicht an einander gesetzt worden, macht man, mit der Eröfnung des Zirkels nach A D, aus B bey C einen Bogen, den man aus D, nach der Eröfnung des Zirkels von A B, durchkreuzt, so kann man B C und D C ziehen, und A B C D ist das Rechteck.

III. Eine Raute aus einer gegebenen Linie und einem Winkel zu machen. B C sey die Seite, und B der Winkel, F. 20. Man trägt B C auf, und sezt den Winkel B, nach §. 18. A. I, in

in B, so kann man B A = B C ziehen. Hierauf sezt man den Zirkel, eröffnet nach B C, in A und C, um sich kreuzende Bogen in D zu machen. Endlich zieht man A D und C D, so ist A B C D die Raute, Rhombus.

IIII. Eine längliche Raute, Rhomboides, zu machen. Es müssen zwey Linien und ein Winkel gegeben werden, selbige mögen, nach F. 22, A B, A D und ∠ A seyn. Man trägt A B auf, sezt den Winkel A, nach §. 18. A. I, in A, so kann man A D ziehen. Mit der Eröffnung des Zirkels nach A B, sezt man in D ein, und macht bey C einen Bogen, den man, den Zirkel nach A D eröffnet, aus B durchkreuzt in C. Endlich zieht man D C und B C, so ist A B C D der verlangte Rhomboide.

§. 43. Aufgabe. Ein Trapezium kann gemacht werden, wenn drey Seiten und zwey Winkel an der Grundlinie gegeben werden. Nach F. 23. sey A B, B C, C D nebst den Winkeln B und C gegeben. Man trägt B C auf. Nach §. 18. A. I. sezt man in B und C die gegebenen Winkel, so kann man A B und D C ansetzen, und dann A D ziehen, da alsdenn A B C D das verlangte Trapez ist.

§. 44. Erklärung. Wenn man in viereckichten, oder vieleckichten Figuren von einer Ecke in eine andere eine gerade Linie ziehet; so gehet sie

durch

durch die Winkel, und wird Diagonallinie genennt. So ist, F. 61, A C die Diagonallinie.

§. 45. Lehrsatz. Die Diagonallinie theilet jedes Parallelogramm in zwey gleiche Dreyecke. F. 61 ist also das Dreyeck ADC = ABC. Dieses beweist man so: A B = D C, A D = B C und A C = A C; also nach §. 19. c) △ A D C = △ A B C; folglich ∠ x = ∠ o und ∠ y = ∠ s nach §. 32. 3.

Oder: △ A D C = △ A B C; denn

A B = D C
A D = B C
A C = A C

also △ A D C = △ A B C nach §. 19. c)

folglich ∠ x = ∠ o } nach §. 32. 3.
∠ y = ∠ s }

§. 46. Aufgabe. Ein Parallelogramm in zwey gleiche Theile zu theilen.

Man ziehet, nach §. 45, die Diagonallinie.

Oder die Theile sollen keine Dreyecke seyn. Man theile, F. 62, A B und C D in zwey gleiche Theile und ziehe E F, so ist A E F C = E B D F.

Oder man schneide, nach F. 63, auf A E das Stück A F ab, und auf C B das Stück B D = A F. Endlich ziehe man F D, so ist A F D C = D B E F.

Oder

in B, so kann man B A = B C ziehen. Hierauf sezt man den Zirkel, eröffnet nach B C, in A und C, um sich kreuzende Bogen in D zu machen. Endlich zieht man A D und C D, so ist A B C D die Raute, Rhombus.

IIII. Eine längliche Raute, Rhomboides, zu machen. Es müssen zwey Linien und ein Winkel gegeben werden, selbige mögen, nach F. 22, A B, A D und ∠ A seyn. Man trägt A B auf, sezt den Winkel A, nach §. 18. A. I, in A, so kann man A D ziehen. Mit der Eröffnung des Zirkels nach A B, sezt man in D ein, und macht bey C einen Bogen, den man, den Zirkel nach A D eröffnet, aus B durchkreuzt in C. Endlich zieht man D C und B C, so ist A B C D der verlangte Rhomboide.

§. 43. Aufgabe. Ein Trapezium kann gemacht werden, wenn drey Seiten und zwey Winkel an der Grundlinie gegeben werden. Nach F. 23. sey A B, B C, C D nebst den Winkeln B und C gegeben. Man trägt B C auf. Nach §. 18. A. I. sezt man in B und C die gegebenen Winkel, so kann man A B und D C ansetzen, und dann A D ziehen, da alsdenn A B C D das verlangte Trapez ist.

§. 44. Erklärung. Wenn man in viereckichten, oder vieleckichten Figuren von einer Ecke in eine andere eine gerade Linie ziehet; so gehet sie

durch

durch die Winkel, und wird Diagonallinie genennt. So ist, F. 61, A C die Diagonallinie.

§. 45. Lehrsatz. Die Diagonallinie theilet jedes Parallelogramm in zwey gleiche Dreyecke. F. 61 ist also das Dreyeck ADC = ABC. Dieses beweist man so: A B = D C, A D = B C und A C = A C; also nach §. 19. c) △ A D C = △ A B C; folglich ∠ x = ∠ o und ∠ y = ∠ s nach §. 32. 3.

Oder: △ A D C = △ A B C; denn

A B = D C

A D = B C

A C = A C

also △ADC = △ABC nach §. 19. c)

folglich ∠ x = ∠ o } nach §. 32. 3.
∠ y = ∠ s }

§. 46. Aufgabe. Ein Parallelogramm in zwey gleiche Theile zu theilen.

Man ziehet, nach §. 45, die Diagonallinie.

Oder die Theile sollen keine Dreyecke seyn. Man theile, F. 62, A B und C D in zwey gleiche Theile und ziehe E F, so ist A E F C = E B D F.

Oder man schneide, nach F. 63, auf A E das Stück A F ab, und auf C B das Stück B D = A F. Endlich ziehe man F D, so ist A F D C = D B E F.

Oder

in B, so kann man B A = B C ziehen. Hierauf sezt man den Zirkel, eröffnet nach B C, in A und C, um sich kreuzende Bogen in D zu machen. Endlich zieht man A D und C D, so ist A B C D die Raute, Rhombus.

IIII. Eine längliche Raute, Rhomboides, zu machen. Es müssen zwey Linien und ein Winkel gegeben werden, selbige mögen, nach F. 22, A B, A D und ∠ A seyn. Man trägt A B auf, sezt den Winkel A, nach §. 18. A. I, in A, so kann man A D ziehen. Mit der Eröffnung des Zirkels nach A B, sezt man in D ein, und macht bey C einen Bogen, den man, den Zirkel nach A D eröffnet, aus B durchkreuzt in C. Endlich zieht man D C und B C, so ist A B C D der verlangte Rhomboide.

§. 43. Aufgabe. Ein Trapezium kann gemacht werden, wenn drey Seiten und zwey Winkel an der Grundlinie gegeben werden. Nach F. 23. sey A B, B C, C D nebst den Winkeln B und C gegeben. Man trägt B C auf. Nach §. 18. A. I. sezt man in B und C die gegebenen Winkel, so kann man A B und D C ansetzen, und dann A D ziehen, da alsdenn A B C D das verlangte Trapez ist.

§. 44. Erklärung. Wenn man in viereckichten, oder vieleckichten Figuren von einer Ecke in eine andere eine gerade Linie ziehet; so gehet sie

durch

durch die Winkel, und wird Diagonallinie genennt. So iſt, F. 61, A C die Diagonallinie.

§. 45. Lehrſatz. Die Diagonallinie theilet jedes Parallelogramm in zwey gleiche Dreyecke. F. 61 iſt alſo das Dreyeck ADC = ABC. Dieſes beweiſt man ſo: AB = DC, AD = BC und AC = AC; alſo nach §. 19. c) $\triangle ADC = \triangle ABC$; folglich $\angle x = \angle o$ und $\angle y = \angle s$ nach §. 32. 3.

Oder: $\triangle ADC = \triangle ABC$; denn

$$\begin{aligned} AB &= DC \\ AD &= BC \\ AC &= AC \end{aligned}$$

alſo $\triangle ADC = \triangle ABC$ nach §. 19. c)

folglich $\left.\begin{aligned} \angle x &= \angle o \\ \angle y &= \angle s \end{aligned}\right\}$ nach §. 32. 3.

§. 46. Aufgabe. Ein Parallelogramm in zwey gleiche Theile zu theilen.

Man ziehet, nach §. 45, die Diagonallinie.

Oder die Theile ſollen keine Dreyecke ſeyn. Man theile, F. 62, AB und CD in zwey gleiche Theile und ziehe EF, ſo iſt AEFC = EBDF.

Oder man ſchneide, nach F. 63, auf AE das Stück AF ab, und auf CB das Stück BD = AF. Endlich ziehe man FD, ſo iſt AFDC = DBEF.

Oder

Oder es soll ein gewisser Punkt E, F. 64, beyden Theilen gemein bleiben. Man fälle, nach §. 10, oder §. 22, aus E das Loth EG auf AD; man trage GD aus C in H, daß GD = CH; man richte in H die senkrechte Linie HF = GE auf; endlich ziehe man FE, alsdenn ist GEFH BDG = GEFHCAG.

§. 47. Aufgabe. Ein Parallelogram in drey und mehr gleiche Theile zu theilen. Man theile F. 65, AB und DC in drei gleiche Theile, und ziehe EG, FH, so ist AEGD = EFHG = FBCH.

§. 48. Aufgabe. Ein Dreyeck in zwey, drey und mehr gleiche Theile zu theilen. Man theile AB, F. 66, in zwey oder drey Theile, und ziehe aus den Theilungspunkten D, E mit der Spitze C gerade Linien, so ist ACD = DCB; ferner ACD = DCE = ECB.

§. 49. Aufgabe. **Den Winkel eines regulären Vielecks zu finden.**

Man theile 360° durch die Zahl der Seiten, und ziehe den Quotienten von 180° ab, so bleibt der Winkel des begehrten Vielecks übrig. z. B.

im Veck	im VIeck
5)360	6)360
72	60
180	180
108 = dem Polygonwinkel im Veck	120 = ∠ VIeck

im

im VIIIeck	im XIIeck
8) 360	12) 360
45	30
180	180
135 = ∠ VIIIeck	150 = ∠ XIIeck

Dieses Verfahren beweist man so: um iedes reguläres Vieleck kann ein Zirkel beschrieben werden, z. B. um das Veck, F. 67, zieht man nun aus dem Mittelpunkte F die Radien F A, F B, F C, F D, F E, so hat man fünf gleichschenklichte Dreyecke. Jedes Dreyeck hält 180°, nach §. 37, und die Winkel an den Grundlinien sind, nach §. 30, gleich. Folglich, wenn im Fünfeck der Centriwinkel 72° von 180° abgezogen wird, so bleiben die beiden Winkel an der Grundlinie übrig. Diese sind in allen fünf Dreyecken gleich groß, und die Radien theilen die Polygonwinkel in zwey gleiche Theile. Also ist die Summe der beyden Winkel im Fünfecke 108 gleich dem Polygonwinkel.

§. 50. **Aufgabe. Die Summe aller Winkel in einem regulären Vielecke zu finden.**

Ist der Polygonwinkel bekannt, so multiplicirt man ihn durch die Zahl der Seiten. z. B. im Fünfeck 108 . 5 = 540. Ist aber der Polygonwinkel nicht bekannt, so multiplicirt man 180 durch die Zahl der Seiten, und von dem Produkte

kte zieht man 360 ab, so bleibt die Summe aller Winkel übrig. z. B.

im Veck	im VIeck
180	180
5	6
900	1080
360	360
540	720
im VIIIeck	im XIIeck
180	180
8	(3
1440	540 (4
360	2160
1080	360
	1800

Dieses Verfahren erhellet daraus: so viel Seiten, so viel Dreyecke sind im Vielecke. Wenn man also, z. B. im Fünfecke 180 mit 5 multiplicirt, so bekommt man die Summe der fünf Dreyecke. Die Centriwinkel gehören nicht zu den Polygonwinkeln und sind 360 gleich. Also bleibt die Summe der Polygonwinkel übrig, wenn man 360 abzieht.

§. 51. **Aufgabe. Ein reguläres Vieleck aufzutragen, wenn die Seite gegeben wird.** Man sucht, nach §. 49, den Polygonwinkel, halbirt ihn, trägt ihn, nach §. 18. A, auf die gegebene Seite A E, F. 67, in A und in E, und ziehet

het

het A F und E F. In F sezt man den Zirkel, thut ihn auf bis A, beschreibt die Peripherie und trägt, in diesem Fünfeck, A E fünfmahl hinein, so ist ABCDEA das Fünfeck.

Oder man sezt in A und E den Polygonwinkel, so kann man AB und ED = A E ansetzen. Hierauf macht man, mit eben der Eröfnung des Zirkels, aus B und D Bogen, die sich in C kreuzen, so kann man B C und D C ziehen und das Fünfeck schliessen.

Im Sechseck ist die Seite gleich dem Radius des Zirkels, in welchen es beschrieben werden kann. Z. B. F. 68.

§. 52. Aufgabe. Ein jedes reguläres und irreguläres Vieleck aufzutragen, wenn alle Seiten und drey Diagonallinien weniger als Seiten sind gegeben worden im irregulären, und im regulären drey Diagonallinien weniger als Seiten sind und die Seite.

Man trägt im Fünfeck, F. 69, vermittelst der zwey Seiten A E, E D und der einen Diagonallinie A D, das Dreyeck A E D, nach §. 25, auf; eben so, vermittelst D C und der Diagonallinie A C das Dreyeck A C D; und endlich vermittelst A B und C B, das Dreyeck A B C. Alsdenn ist A B C D E A das Fünfeck.

§. 53. Ein jedes reguläres und irreguläres Vieleck aufzutragen, wenn alle Seiten und

drey Winkel weniger als Seiten sind, gegeben werden.

Man trägt, z. B. im Fünfeck, F. 70, A E auf, und sezt in A und E die Winkel, nach §. 18. A, so kann man A B und E D ansetzen. Mit der Eröffnung des Zirkels nach B C und D C, macht man aus B und D sich kreuzende Bogen in C, so kann man B C und D C ziehen, und A B C D E A ist das verlangte Fünfeck.

§. 54. Aufgabe. Da alle geradlinichte Flächen durch gewisse bestimmte Theile aufgetragen werden können, so kann auch die Zirkelfläche entweder durch den gegebenen Radius, oder durch drey Punkte in der Peripherie aufgetragen werden. Das leztere ist der Gegenstand dieser Aufgabe. Es werden die Punkte A B D gegeben, man soll daraus die Zirkelfläche beschreiben, F. 71.

Mit einerley Eröfnung des Zirkels macht man aus A und B kreuzende Bogen in E und H; eben so aus B und D in F und G. Zieht man nun E H und F G, so kreuzen sie sich in C, welches der Mittelpunkt wird, aus dem, mit dem Radius C I die Peripherie gezogen, und die Zirkelfläche beschrieben wird.

Wenn man die Sehnen A B und B D zieht: so ist klar, daß selbige rechtwinklicht von E H und F G durchschnitten werden und zwar in zwey gleiche Theile. E H und F G gehen durch den Mittelpunkt

C,

C, und jede, verlängert, geben den Diameter, nach §. 5. Von C sind also A B D gleich weit entfernet, und durch sie wird richtig aus C die Peripherie gezogen und die Zirkelfläche beschrieben.

§. 55. Lehrsatz. Jede senkrechte Linie C E, welche auf einer Sehne A D, F. 72, so steht, daß die Sehne in zwey gleiche Theile getheilt wird, theilet auch den Bogen A B D in zwey gleiche Theile und geht durch den Mittelpunkt des Zirkels, wovon A B D ein Stück ist. Desgleichen: wenn auf die Sehne A D aus dem Mittelpunkte C eine senkrechte Linie C E gezogen wird: so theilet C E sowohl die Sehne A D, als auch den Bogen A B D in zwey gleiche Theile.

Da A E = E D, so ist A B = B D, und so sind die Peripheriewinkel x und o, nach §. 40. *, einander gleich. Da nun im △ A E F und im △ D E F, ∠ A E F = ∠ D E F, als rechte Winkel; ferner ∠ x = ∠ o; und E F = E F, so ist △ A E F = △ D E F nach §. 19. a), und also A F = D F. Ist die Sehne A F = der Sehne D F, so ist auch der Bogen A F = dem Bogen D F. Nun war A B = B D; daher ist auch F A + A B = F D + D B, und jedes = 180°. Ist dieses, so ist B F der Diameter und E C ein Theil des Diameters.

§. 56. Aufgabe. Oben, im §. 33 und 35, sind die Entfernungen zweyer Oerter zu finden gelehrt

lehrt worden, wenn man doch noch zu einem Gegenstande aus einem Punkte kommen kann. Wie findet man aber die Entfernung, wenn man dies nicht kann? Es sey, F. 73, die Entfernung von A bis B zu bestimmen, vor welchen, z. B. ein Fluß ist.

I. Man nimmt die Standlinie C D an und mißt sie genau. Alsdenn nimmt man, nach §. 17. B, und zwar nach II, III, IIII, oder nach §. 18. B * die Winkel 1, 2, 3 und 4 auf, so wird, wenn auf die verjüngt aufgetragene Linie C D in C die Winkel 1 und 2, und in D die Winkel 3 und 4 getragen werden, durch die Linien C A und D A, der Punkt A, so wie durch die Linien C B und D B der Punkt B bestimmt, und man kann A B auf dem Papiere messen.

II. Sezt man den Meßtisch, nach §. 17. B. I, in C; visirt nach A und D, daß man die Linien C A und C D zieht; trägt man die gemessene Linie C D auf die Linie C D; sezt man den Meßtisch in D so, daß die Linie C D auf dem Meßtische in die Linie C D auf dem Felde fällt, und D senkrecht über D steht; visirt man endlich von D nach A und B, damit man D A und D B ziehen kann: alsdenn werden C A und D A sich im A, so wie D B und C B sich in B schneiden und die Punkte A und B geben, deren Entfernung man messen kann.

Wir

Wir wollen noch ein Paar Aufgaben betrachten, die sich auf diesen §. gründen.

§. 57. Aufgabe. Die Lage unterschiedener Oerter, F. 74, A, B, C, D aufzunehmen, und dann ihre Entfernungen zu bestimmen, wenn die Standlinie wie EF angenommen wird.

I. Man messe EF genau, und nehme dann, nach §. 17, B. II, III, IIII, oder auch nach §. 18. B.*, die Winkel: 1, 2, 3, 4 in F, so wie in E, 5, 6, 7, 8 auf. Trägt man nun EF verjüngt auf; sezt man ∠ 2 und 1 in F, auch in E, 5 und 6. Hierauf auf der andern Seite 3, 4 in F, so wie 8, 7 in E angesezt. Zieht man nun die Linien, so wird FA und EA sich in A, FB und EB sich in B, EC und FC sich in C, so wie ED und FD sich in D schneiden, und man hat die Oerter A, B, C und D, deren Entfernungen AB, BC und CD man auf dem Papiere messen kann.

II. Mit dem Meßtische macht man es so: man sezt ihn in F, visirt nach E und trägt FE verjüngt auf; man visirt aus F nach A, B, C, D, und zieht gleich FA, FB, FC, FD; man sezt nun den Meßtisch in E so, daß der Punkt E auf dem Meßtische, nach §. 17. B. I, senkrecht über E auf dem Boden, so wie EF auf dem Meßtische in der Richtung EF auf dem Boden zu stehen kommt; alsdenn visirt man nach A, B, C, D, zieht gleich beym Visiren EA, EB, EC,

ED; und so findet man A, B, C, D da, wo sich FA und EA in A, FB und EB in B, FC und EC in C, FD und ED in D kreuzen.

§. 58. Aufgabe. Die vorige Aufgabe mit zwey Standlinien, F. 75, GH und HI, die sich in einen Winkel H neigen, aufzulösen. Die Gegenstände sollen A, B, C, D, E, F seyn. Man mißt GH, HI und den Winkel, unter welchen sie sich neigen, das ist ∠ GHI. Nun werden, nach §. 17. B. II, III, IIII, oder §. 18. B. *, die Winkel AGH, BGH, CGH, DGH, EGH, FGH in G; ferner in H die Winkel AHG, BHG, CHG, DHG, EHG, FHG; alsdenn in I die Winkel AIH, BIH, CIH, DIH, EIH, FIH richtig aufgenommen. Endlich trägt man GH und HI verjüngt unter dem Winkel GHI auf; sezt, nach §. 17. A. I oder II, in G die Winkel AGH, BGH, CGH, DGH, EGH, FGH; ferner in H die Winkel AHG, BHG, CHG, DHG, EHG, FHG; sodann in I die Winkel AIH, BIH, CIH, DIH, EIH, FIH: so werden sich die Linien GA, HA, IA in A; GB, HB, IB in B; GC, HC, IC in C; GD, HD, ID in D; GE, HE, IE in E; und GF, HF, IF in F kreuzen, und die begehrten Punkte A, B, C, D, E, F geben, deren Entfernungen man messen kann.

So

So kann man von kleinen Gegenden, die man übersehen kann, nach F. 73, 74 und 75 kleine Landcharten aufnehmen.

§. 59. Aufgabe. Eine Gegend geschwinde aufzunehmen, wenn man nur der geometrischen Schärfe nahe kommen will, um die Lage ohngefähr von einigen Oertern anzugeben.

Man ziehe auf ein Papier im Mittel des Meßtisches eine gerade Linie A C, F. 76. die man in B in 2 gleiche Theile, so wie B A in kleinere gleiche Theile eintheilet. Man ziehe die, gleich weit von einander abstehenden cocentrischen Zirkel, und lasse die Entfernung des einen von dem andern eine halbe, oder viertheil Stunde gelten. Also soll B A acht viertheil, oder zwey Stunden seyn. Man erkundige sich bey Leuten der Gegend, wie weit die Oerter vom Punkte B, wo man steht, entfernt sind, und indem man nach den Oertern aus B visirt, zähle man nach den Kreisen die angegebene, oder bekannte Entfernung, und schreibe da den Ort ein, so bekommt man fast geometrisch richtig die Lage der Oerter. Um die Gegend nun auszuzeichnen, nicht zu mahlen, muß man sich den Anhang, nach der Winkelmessertafel, bekannt machen und üben, welches auch für Kinder angenehm ist.

§. 60. Lehrsatz. Wenn in einem Dreyecke, F. 77, B A C mit der Grundlinie B C die Linie D E

parallel

parallel gezogen wird, so sind die Dreyecke B A C und D A E einander ähnlich, und die ähnlichen Seiten haben einerley Verhältnis und stehen in Proportion.

Der Beweis davon wird so geführt.

Erstlich die Dreyecke B A C und D A E sind einander ähnlich; denn ∠ y = ∠ x nach §. 32, 2; ∠ E = ∠ C, als rechte Winkel und ∠ A = ∠ A; also ist △ B A C ähnlich △ D A E §. 20. Das schreibt man so: △ B A C ∽ △ D A E.

Zweytens, die ähnlichen Seiten stehen in Proportion; denn wie sich B A zu A C verhält, eben so auch D A zu A E. Ist dieses, so verhält sich A D zu D E, wie A B zu B C und wie A E zu E D, so A C zu C B, eben so wie A D zu B D, so A E zu E C.

Hieraus ist nun klar, daß man richtig die Entfernungen auf dem Papiere im §. 33. II, §. 35, 2, 3, 4, 5 und § 56, §. 57 und §. 58, messen kann, da der kleine Triangel auf dem Papiere, dem auf dem Felde ähnlich und proportionel ist.

§. 61. Aufgabe. Eine Höhe A B, F. 78, zu messen, zu der man auf ebenen Boden von D aus kommen kann.

I. Mit dem Meßtische. Man sezt den Meßtisch, F. 78. a, in D, richtet dessen Fläche lothrecht und die oberste Seite horizontal vermittelst

einer

einer Setzwage. Diese Richtung erhält man, wenn, F 79, darauf gesezt wird, und der, in A befestigte Faden mit dem Bleywurfe auf die Linie A B fällt. Man macht, F. 78. a, in E einen Punkt, hält ein Visirlineal horizontal an E, zieht daran mit dem Bleystifte hin, und visirt nach F, welchen Punkt man an der Höhe merkt. Nun drehet man das Visirlineal um E, bis man A erblickt, und zieht die Linie, so steht der Winkel A E F auf dem Meßtische. Endlich mißt man D B, trägt es verjüngt auf den Meßtisch in E F, richtet in F, nach §. 22. III. die senkrechte Linie auf, so kann man selbige nach dem verjüngten Maaßstabe messen, und man hat A F, wozu man F B, das man messen kann, thut, um die ganze Höhe A B zu bekommen.

II. Mit dem Astrolabium. Man stellt selbiges, F. 78. b, in D, richtet es so lothrecht, daß der Diameter horizontal stehe, vermittelst der, an den Diameter gehaltenen Setzwage, F. 79. Man merkt sich an der Höhe den Punkt F, indem man durch die Dioptern des Diameters blickt. Nun dreht man das bewegliche Visir herum, bis man durch dessen Dioptern A erblickt, so hat man die Größe des Winkels A E F, den man sich so, wie die gemessene Linie D B und das gemessene Stück F B, aufmerkt. Endlich trägt man D B verjüngt auf; sezt den Winkel E, nach §. 17. A. I, in E; richtet

in

in F, nach §. 22. III. die senkrechte Linie A F auf; mißt sie; addirt F B; so hat man die Höhe A B.

III. Mit einer Schnur und Stäben. Man nimmt zwey Stäbe, davon der eine nicht über 3, und der andere nicht unter 2 Ellen seyn darf, welches F. 80, die Stäbe D E und F G sind, die man so hinter einander stellt, daß, wenn man auf D F ein Visir legt, man A erblicke, und also die Spitzen D und F, der Stäbe D E und F G, mit A in einer geraden Linie liegen. Alsdenn tritt man hinter F G und visirt auf den Boden, und läßt den Stab in B einsetzen, der auch mit D, F und A in gerader Linie liegt. Man mißt nun auf B C 30′ ab; hängt man eine Schnur oder Kette an B, um sie 30′ lang über D und F wegzuziehen, und mißt man alsdenn die Sehne; so giebt selbige, in der Winkelmessertafel aufgeschlagen, die Größe des Winkels B. Oder man mißt nur B G, B F und F G, um den △ F B G nach §. 25, und folglich den Winkel B auftragen zu können. Wird nun, nach beyden Arten, B G verlängert und verjüngt, gleich B C aufgetragen; wird in C, nach §. 22. III, eine senkrechte Linie aufgerichtet und B F verlängert, bis sie A C in A schneidet; so kann man A C nach dem verjüngten Maaßstabe messen, welches die Höhe A C giebt. Oder man setze, F. 80. b, den Stab F E, und in

einiger

einiger Entfernung den Stab D C so, daß das an C gehaltene Auge, C, E und A in einer Linie erblicke. Nun messe man D B, dem C G gleich ist, ferner D F, dem C H gleich ist, und endlich H E; so kann man, nach §. 60, also sagen: wie sich C H zu H E verhält, so C G zu A G. Es sey C H = 6′, A E = 3′, C G = 18′; so wird

6 : 3 = 18 : 9, und also G A = 9 seyn. F H = D C sey 4′; so ist 9 + 4 = 13 = A B.

Eben so kann man, nach F. 80. c, durch den Schatten, den A B wirft, dessen Höhe finden. Man setze senkrecht den Stab D E ein, den man messen kann, und bemerke in C die Spitzen der Schatten von D E und A B, und messe C E, so wie C B; so kann man, nach §. 60, sagen: C E : E D = C B : B A. Es sey C E = 6, E D = 4, C B = 24; so wird

6 : 4 = 24 : 16, und also B A = 16 seyn.

Alle diese Auflösungen sind aus §. 60 klar.

§. 62. Aufgabe. Eine Höhe A C, F. 81, zu messen, wenn man nicht zu A C kommen kann.

I. Mit dem Meßtische. Man steckt sich eine Linie B D ab, die man genau mißt und verjüngt auf den Meßtisch trägt. Man setzt selbigen in D so, daß das, an den Punkt F gehaltene Loth in D fällt. An F legt man ein Visirlineal, und

und indem man nach A und C visirt, zieht man die Linien F A und F C. Nun setzt man den Meßtisch in B so, daß E F parallel mit B D, und E senkrecht über B ist; an E legt man das Visir, und, indem man nach A und C visirt, zieht man E A und E C. Endlich verlängert man auf dem Meßtische E F, läßt darauf, nach §. 22. II, aus A, wo sich E A und F A schneiden, ein Loth fallen, und wenn man diese senkrechte Linie verlängert, bis sie den Punkt trift, wo E C und F C sich schneiden in C; so kann man A C nach dem verjüngten Maaßstabe messen, und man hat die Größe A C.

II. Mit dem Astrolabium. Man mißt, F. 81, die Linie B D, und nimmt in F, (nach §. 17. B. II und §. 61. II,) die Winkel A F G und G F C, so wie in B die Winkel A E G und G E C, auf. Trägt man nun B D verjüngt auf, und setzt in F, (nach §. 17. A. I.) die Winkel A F G und G F C, so wie in E die Winkel A E G und G E C; alsdenn wird sich E A, F A in A, und E C, F C in C schneiden. Nun fällt man aus A die senkrechte Linie, verlängert sie bis C und mißt A C, welches die Höhe A C giebt.

III. Wenn man diese Aufgabe mit Meßkette oder Meßschnur und Stäben auflösen wollte, so müßte man, nach F. 82, die Stäbe F G und D E, wie §. 61. III, stellen, und eben so L M

und

und I K. Nun, wenn D F, so wie I L mit A in gerader Linie ist, visirt man über F und D, um den Punkt C zu bekommen. Eben so visirt man über L und I, um den Punkt H zu erhalten. Nun mißt man C H. Ferner werden 30′ auf C D F, C E G, H I L und H K M abgemessen, damit man die Sehnen, nach §. 17. B. IIII, messen und die Winkel C und H in der Winkelmessertafel finden könne. Oder man mißt nur C F, C G, F G; ferner H L, H M, L M, und trägt, nach §. 25, die Dreyecke F C G und L H M auf die verjüngte Linie C H in C H; so werden C F und H L verlängert sich in A schneiden. Endlich fällt man die senkrechte Linie aus A auf die verlängerte Linie C H; so kann man A B die Höhe messen.

§. 63. Aufgabe. Die Höhe eines Berges, F. 83, zu messen.

Statt anderer Auflösungen kann man sich folgender älteren bedienen. Man setze den Stab C D senkrecht ein, vermittelst eines Fadens, woran ein Bley hängt. Alsdenn lege man, durch Hülfe der Setzwage, F. 79, einen gerade gehobelten Stab D E horizontal darauf. Eben so setzt man die Stäbe F E, H G, K I, M L und O N senkrecht ein, und legt horizontal F G, H I, K L, M N und O A. Mißt man nun alle senkrecht eingesetzte Stäbe, so weit sie über der Erde standen, und addirt

dirt sie, so geben sie die senkrechte Linie A B, und also die Höhe des Berges.

§. 64. Aufgabe. Zu zwey Linien C A und C B, F. 84, die dritte Proportionallinie zu finden.

Man macht willkührlich einen Winkel D C E; trägt aus C in A die Linie C A, aus C in B die Linie C B, und eben diese C B auch aus A in D; endlich zieht man mit A B parallel, nach §. 16, D E, so ist B E die dritte Proportionallinie, nach §. 60.

§. 65. Aufgabe. Zu drey gegebenen Proportionallinien die vierte zu finden. Es wird nämlich, F. 85. C A, C B und A D gegeben.

Man macht willkührlich den Winkel E C D; aus C in A trägt man C A, aus C in B, C B, und aus A in D die Linie A D; endlich zieht man, parallel mit A B, aus D die Linie D E, so ist B E die vierte Proportionallinie, nach §. 60.

§. 66. Aufgabe. Eine Linie D E, F. 86, nach Proportion einer andern A B einzutheilen.

Man macht aus A B den gleichseitigen Triangel A C B; trägt D E, nach §. 23, aus C in D und E, so wird D und E in die Schenkel A C und B C fallen; endlich zieht man C 1, C 2, C 3, so sind die Theile auf D E proportionel denen auf A B, nach §. 60.

§. 67. Aufgabe. Zwischen zwey Linien D B und B E, F. 87, die mittlere Proportionallinie zu finden.

Man trägt D B und B E in eine gerade Linie, die man in C in zwey gleiche Theile theilet. Aus C beschreibt man einen halben Kreis und richtet in B eine senkrechte Linie auf, so ist B A die mittlere Proportionallinie. Denn, §. 60, da ∠ B A E = ∠ B D A; so ist A B : B E = D B : A B; das ist: B D, A B = A B : B C.

§. 68. Wenn man jede Seite des Quadrats A B D C, F. 88, nämlich A B, B D, D C und C A in 10 gleiche Theile eintheilet, und ziehet aus den Theilungspunkten mit A B und A C Parallellinien; so werden im Quadrat A B D C 100 kleine Quadraten enthalten seyn, die alle gleich groß sind. Nimmt man nun an, A B sey eine Ruthe lang, so wird A B D C eine Quadratruthe genennt, und jedes kleine ist dann ein Quadratschuh. Also hat im zehntheiligen Maaße eine Quadrat-Ruthe 100 Quadrat-Schuh; ein Quadrat-Schuh 100 Quadrat-Zoll; ein Quadrat-Zoll 100 Quadrat-Linien u. s. w. Dieses Maaß wird zu Ausmessung der Flächen gebraucht. Gesetzt nun, das Rechteck, F. 89, soll ausgemessen werden, so messe man nach Längenmaaße A C und C D. A C sey = 4′; C D = 10′. Alsdenn multiplicire man A C mit C D,

d. i.

d. i. 4 . 10 = 40′. In der F. 89. wird man auch 40 kleine Quadrate finden, die alle gleich groß sind. Diese Ausmessung der Flächen nennt man auch quadriren.

§. 69. Aufgabe. Alle Parallelogramms auszumessen oder zu quadriren.

Im Quadrat mißt man eine Seite und multiplicirt sie durch sich selbst, so hat man den Quadratinhalt.

Im Rechteck mißt man die Höhe und Breite, und multiplicirt sie mit einander, so hat man den Quadratinhalt.

Im Rhombus und Rhomboides mißt man, vermittelst einer senkrechten Linie, die Höhe, alsdenn die Breite oder Grundlinie, und multiplicirt sie mit einander, so hat man auch den Quadratinhalt.

§. 70. Aufgabe. Ein Dreyeck auszumessen oder zu quadriren.

Man mißt die Grundlinie und die Höhe, multiplicirt sie mit einander und dividirt das Produkt durch zwey. Oder man multiplicirt die ganze Höhe mit der halben Grundlinie. Oder man multiplicirt die halbe Höhe mit der ganzen Grundlinie. Die Höhe bekommt man, wenn aus der Spitze B, F. 90, das Loth B D gefällt wird.

Daß

Daß man aber so ein Dreyeck wirklich quadrirt, ist aus F. 91. klar. Das Dreyeck A D C ist die Hälfte vom Parallelogramm A B C D, und dieses A B C D hält 16 gleiche Quadrate. A C ist die Diagonallinie, die A B C D in zwey gleiche Theile, und auch die mittelsten Quadrate so theilet, nach §. 45. Multiplicirt man nun A D = 4 mit D C = 4, so giebt dies 16, und 16 dividirt durch 2, giebt 8 für das Dreyeck A D C. Diese 8 Quadrate sind auch wirklich im △ A D C enthalten; denn 6 ganze und 4 halbe Quadrate machen 8 ganze Quadrate.

§. 71. Aufgabe. Ein Trapez aufzunehmen und auszumessen oder zu quadriren.

I. Wenn das Trapez, wie F. 92. gestaltet ist, nämlich A B und D C sind parallel und ∠ A und ∠ D sind rechtwinklicht.

Man mißt A B, A D, D C, und da ∠ A und ∠ D rechte sind, so trägt man D C verjüngt auf; setzt in D verjüngt A D senkrecht nach §. 22. III; und in A eben so A B verjüngt; endlich zieht man B C, das sich von selbst giebt. Nun fällt man aus B, nach §. 22. II, die Perpendicularlinie B E, und rechnet das Rechteck A B E D, nach §. 69; alsdenn das Dreyeck B E C, nach §. 70, aus, und addirt beyde Inhalte, so hat man A B C D quadrirt.

Z. B. A D = 8′, A B = 14′, D C = 18′, und B E = A D = 8′, D E = A B und

$$DC - AB = EC.$$
$$18' - 14' = 4.$$

$$AB = 14'$$
$$AD = 8'$$
$$ABED = 112.\ \S.\ 69.$$
$$\triangle BEC = 16$$
$$ABCD = 128'.$$

$$BE = 8'$$
$$EC = 4'$$
$$32'$$
$$2)\overline{\qquad}$$
$$\triangle BEC = 16'$$

oder $BE = 8'$
$\frac{1}{2} EC = 2'$
$\triangle BEC = 16'$

oder $\frac{1}{2} BE = 4'$
$EC = 4'$
$\triangle BEC = 16'$ §. 70.

II. Oder wenn das Trapez wie F. 93 gestaltet ist. Man nimmt es auf

A. mit dem Meßtische. Man setzt ihn in D, visirt nach A, B und C, und zieht jedesmahl die Linien DA, DB, DC. Alsdenn mißt man AD und trägt es verjüngt aus D in A. Nun setzt man den Meßtisch in A so, daß die verjüngt aufgetragene Linie AD, die Linie AD auf dem Boden deckt, und das Visir mit D in gerader Linie steht. Endlich visirt man von A nach C und zieht AC, daß DC in C schneidet und den Punkt C zeigt; eben so visirt man von A nach B und zieht AB, welches DB in B schneidet. Legt man nun an B und C das Lineal, so kann man BC ziehn und ABCD ist aufgetragen.

B. Mit dem Astrolabium. Man mißt AD; ferner nimmt man, nach §. 17. B. II, in A die Winkel B

AC

A C und C A D, so in D die Winkel A D B und D C auf. Trägt man nun A D verjüngt auf; setzt man in A, nach §. 18. A. I, die Winkel B A C und C A D, und in D die Winkel A D B und C D B; so kann man A B und D B ziehen, die sich in B schneiden; und A C wird sich mit D C in C schneiden; endlich zieht man B C, so ist A B C E aufgetragen.

C. Mit der Boussole. Man nimmt nach §. 17. B. III, in A die Winkel B A C, und C A D; in D die Winkel A D B und C D B auf, und mißt A D. Dieses A D trägt man verjüngt auf, und setzt in A die Winkel B A C und C A D, so in D die Winkel A D B und B D C nach §. 17. B. III, so schneidet sich A B und D B in B, A C und D C in C und man kann B C ziehen, so ist A B C D aufgetragen.

D. Nach der Winkelmessertafel (die am Ende im ersten Anhange steht) nimmt man die Winkel B A C und C A D; desgleichen A D B und B D C nach §. 17. IIII auf, und mißt A D. Dieses A D trägt man verjüngt auf und in A und D die gemessenen Winkel, nach §. 18. A. I, oder II, so ist A B C D aufgetragen.

E. Oder man mißt A D, F. 94; von A auf A D mißt man 30′ A H ab; so auf A B 30′ A K; so auf A C 30′ A E; so auf D B 30′ D F; so auf D C 30′ D G; und ferner die Sehnen K E, E H, I F und F G. Nun trägt man A D ver-

jüngt auf, und mit den verjüngt aufgenommenen Linien D I, I F und F D macht man, nach §. 25, das Dreyeck I D F; ferner das Dreyeck F D G aus den Linien D F, F G und G D; so auch aus A H, A E und E H das Dreyeck H A E; ferner aus A E, E K und K A das Dreyeck E A K. Verlängert man nun die Seiten AK, A E, D F und D G, so schneiden sich D C und A C in C; und D B und A B in B, so, daß man B C ziehen kann.

Wenn nun, nach A, B, C, D oder E, das Trapez verjüngt aufgetragen ist, so quadrirt, oder rechnet man es also aus:

man zieht die Diagonallinie A C, F. 95, und mißt sie; alsdenn fällt man die senkrechten Linien B E aus B, und D F aus D auf A C. Man mißt E B und D F, um sie mit A C, nach §. 70, zu multipliciren. Addirt man nun die Dreyecke A B C und A D C, so hat man A B C D quadrirt.

Oder man findet A B C D auf einmahl, (wenn die senkrechten Linien D F und B E auf ein und eben derselben Linie, wie hier auf A C, stehen,) also, daß man D F und B E addirt, diese Summe mit halb A C multiplicirt, oder diese halbe Summe mit ganz A C multiplicirt.

Es sey, z. B. A C = 24; D F = 8; B E = 6.

$AC = 24$ $\frac{1}{2} AC = 12$
$\frac{1}{2} DF = 4$ $BE = 6$
$\triangle ADC = 96$ $72 = \triangle ABC$
$96 = \triangle ADC$
$168 =$ Trapez ABCD.

oder:

$DF = 8$ $AC = 24$
$BE = 6$ $\frac{1}{2}DF + \frac{1}{2}BE = 7$
$DF + BE = 14.$ $168.$
$\frac{1}{2}DF + \frac{1}{2}BE = 7$

so auch

$\frac{1}{2} AC = 12$
$DF + BE = 14$
168

§. 72. Aufgabe. Ein reguläres und irreguläres Vieleck aufzunehmen, und selbiges zu quadriren, oder auszurechnen.

A. Aus dem Mittelpunkte, F. 96, oder aus einem innern Punkte, wenn es auch der Mittelpunkt nicht ist.

I. Man setzt den Meßtisch in F; visirt nach A, B, C, D, E, G; mißt FA, FB, FC, FD, FE und FG; und indem man beym Visiren die Linien gezogen, trägt man die gemessenen Linien verjüngt aus F auf, so kann

 man

man A B, B C, C D, D E, E G und G A ziehen, und es ist A B C D E G A aufgenommen.

II. Man setzt das Astrolabium in F; nimmt die Winkel in F, nach §. 17. B. II, auf, und mißt F A, F B, F C, F D, F E und F G. Nun trägt man A F verjüngt auf, setzt in F, nach §. 18. A. I, den Winkel A F B und trägt F B verjüngt auf. Verfährt man so weiter, so sind alle Winkel und Schenkel aufgetragen, und man kann die Figur schliessen.

III. Man mißt wie vorhin die Linien F A, F B, F C, F D, F E und F G, und nimmt mit der Boussole, aus F, alle Winkel, nach §. 17. B. III, auf. Wenn man nun A F verjüngt aufträgt, in F den Winkel, nach §. 17. B. III, setzt, so kann man F B verjüngt ansetzen. Verfährt man nun so mit allen Winkel und Linien, so ist A B C D E G aufgetragen.

IIII. Nach der **Winkelmessertafel.** Man mißt F A, F B, F C, F D, F E und F G. Alsdenn visirt man nach den Ecken A, B, C, D, E, G, und mißt allemahl 30′ ab, das ist: F N, F H, F I, F K, F L, F M. Endlich mißt man die Sehnen N H, H I, I K, K L, L M, M N. F. 97. Nun schlägt man die Sehnen auf, damit man die Größe der Winkel wisse. Endlich trägt man alles, wie bey II, auf.

V. Nur

V. Nur mit Stäben und der Kette, oder Schnur.

F. 97. Man mißt, wie vorhin, F A, F B, F C, F D, F E und F G. Auf allen diesen Linien mißt man 30′ (auch mehr oder weniger) ab, nämlich F N, F H, F I, F K, F L, F M. Sodann mißt man auch die Sehnen N H, H I, I K, K L, L M, M N. Endlich trägt man, nach dem 25. §., die Dreyecke N F H, H F I, I F K, K F L, L F M und M F N auf einander, verlängert und macht verjüngt die Seiten F N, F H, F I, F K, F L, F M, den gemessenen gleich, so kann man A B, B C, C D, D E, E G und G A ziehen und das Vieleck ist aufgetragen.

Ist dieses geschehen, nämlich, daß die Fläche aufgetragen ist, so darf man sie nur durch Diagonallinien in Dreyecke zerschneiden, jedes Dreyeck, nach §. 70, ausrechnen, oder quadriren, und die Dreyecke addiren, so hat man den Flächen- oder Quadrat-Inhalt, welchen man, wie F. 98 zeiget, macht.

B. Mit Diagonallinien und einer zu messenden Seite, F. 99.

I. Mit dem Meßtische.

Man setzt ihn in E, visirt nach A, B, C, D. Man mißt E D, und trägt es verjüngt auf. Man setzt den Meßtisch in D so, daß die verjüngte Linie D E die Linie D E auf dem Boden deckt. Man visirt aus D nach A, B, C. Zieht man bey dem

Visiren

Visiren jedesmahl die Linien, so wird sich E A und D A in A; E B und D B in B; und E C und D C in C schneiden, und man kann E A, A B, B C und C D ziehen. Also ist A B C D E aufgetragen.

II. Mit dem Astrolabium.

Man mißt E D, und alsdenn die Winkel 1, 2, 3 in E, und in D die Winkel 4, 5, 6, nach §. 17. B. II. Trägt man nun E D verjüngt auf, und setzt in E die Winkel 1, 2, 3, und in D, 4, 5, 6, nach §. 18. A. I, so werden sich die Linien E A und D A in A; E B und D B in B; ferner E C und D C in C kreuzen, und man kann E A, A B, B C, C D ziehen, und E A B C D ist aufgetragen.

III. Mit der Boussole.

Man mißt E D. In E nimmt man die Winkel 1, 2, 3, und in D 4, 5, 6 auf, nach §. 17. B. III. Trägt man nun E D verjüngt auf, und setzt, nach eben angeführten §. 17. B. III, so schneiden sich die in II, genannten Linien, und man kann die Figur E A B C D schliessen.

IIII. Nach der Winkelmessertafel. F. 100.

Man mißt E D. Alsdenn mißt man von E aus 30′ ab nach A, B, C, D, nämlich E F, E G, E H, E I; und aus D nach E, A, B, C auch so viel D K, D L, D M, D N. Endlich mißt man die Sehnen F G, G H, H I und K L,

L M,

LM, MN. Nun kann man alles, nach §. 18. A. I, oder II, auftragen.

V, Mit einer Meßkette oder Schnur und mit Stäben kann man, nach F. 100, ein Vieleck, das man übersehen kann, aufzunehmen.

Man mißt ED, und, wie bey III, EF, EG, EH, EI; so wie DN, DM, DL, DK; und die Sehnen FG, GH, HI und NM, ML, LK. Trägt man nun ED verjüngt auf, und eben so, nach §. 25, die Dreyecke HEI, GEH und FEG in E; so wie die Dreyecke NDM, MDL und LDK in D; so kann man die Linien EA, EB, EC, und DA, DB, DC ziehen, und endlich, da wo EA, DA und EB, DB sich in A und B schneiden, die Linien EA, BA; und BC, wo sich EC, DC kreuzt, und dann die Linie DC, wodurch sich EABCD schließt.

Die Ausrechnung, oder das Quadriren geschieht nun, nach F. 101, also: man zieht die Diagonallinien EB und EC. Aus A und C fällt senkrechte Linien auf EB, und eben so aus D auf EC. Man mißt nun, nach eben dem verjüngten Maaßstab, nach welchem man ABCDE auftrug, EB, EC und AF, CG, DH. Endlich rechnet man die Dreyecke BAE, BCE und CDE, nach §. 70, aus, und addirt sie; so hat man ganz EABCD, seinem Inhalte nach gefunden.

§. 73.

§. 73. Aufgabe. Nach dem Umfange jede Fläche aufzunehmen.

I. Mit dem Meßtische. F. 102.

Man setzt in A und visirt nach E, mißt AE und trägts verjüngt auf. Man visirt nach B, mißt AB und trägts verjüngt auf. Nun setzt man in B ein, so, daß die gezogene Linie BA auf die Linie BA gerichtet wird, und man visirt nach C, mißt CB, und trägts verjüngt auf. Man setzt endlich in C ein, so, daß die gezogene Linie CB auf die Linie CB gerichtet wird, und man visirt nach D, mißt CD und trägts verjüngt auf, so kann man DE ziehen, und ABCDE ist aufgetragen.

II. Mit dem Astrolabium. F. 102.

Man mißt AB, BC, CD, DE und EA; alsdenn, nach §. 17. B. II, die Winkel A, B, C, D, E. Trägt man nun die Linien verjüngt auf, und setzt die Winkel, nach §. 18. A. I, an; so schließt sich ABCDE.

III. Mit der Boussole. F. 102.

Man mißt die Seiten, wie bey II, und nimmt die Winkel, nach §. 17. A. III, auf. Nun kann man die Seiten verjüngt auftragen und die Winkel, nach §. 17. A. III, daran setzen, um ABCDE schliessen.

IIII. Nach der Winkelmessertafel. F. 103.

Die

Die Seiten werden gemessen, und aus A, B, C, D, E zu beyden Seiten 30′, nämlich AF, AP, BG, BH; CI, CK, DL, DM; EN, EO. Nun mißt man die Sehnen PF, GH, IK, LM. NO, so weis man die Größe der Winkel A, B, C, D, E, und ABCDE kann aufgetragen werden.

V. Mit der Meßkette oder Schnur, und mit Stäben. F. 103.

Die Seiten, und, zu beyden Seiten aus den Ecken, 30′, werden, wie nach IIII, gemessen; so wie auch die Sehnen. Nun setzt man an jede Linie, nach §. 25, die Dreyecke FAP, HBG, KCI, MDL, NEO, so schließt sich ABCDE.

§. 47. Aufgabe. Eine Fläche, deren Seiten nicht gerade laufen; aufzunehmen und zu quadriren oder auszurechnen.

I. Mit dem Meßtische. F. 104.

Wenn man in die Punkte, welche am weitesten von der geraden Richtung AB abstehen, in G, H und I Stäbe setzt, und in A das Instrument stellt; so visirt man nach G, H, I, B, und zieht Linien. Alsdenn mißt man AG und trägts verjüngt aus A in G; man mißt GH, und trägts aus G auf die Linie AH, so, daß AH in H sich kreuzt; man mißt HI, und trägts aus H in I; endlich mißt man auch IB und trägts aus I in B. Hierauf visirt man aus A nach D, mißt AD und

trägts verjüngt auf. Nun setzt man das Instrument in D und visirt nach E, F, C, und zieht jedesmahl Linien. Ferner mißt man DE und trägt es aus D in E; man mißt EF und trägt es aus E in F; endlich mißt man FC und trägt es aus F in C. Nun kann man BC ziehen, und ABCD ist aufgetragen.

Kann man AB und DC nicht ganz aus A und D übersehen; so theile man das Verfahren z. B. von A bis H, von D bis E, und stelle das Instrument gehörig in H und E, um dieses Verfahren fortzusetzen.

II. Mit dem Astrolabium.

Man messe AD und nehme die Winkel BAD und CDA auf, nach §. 17. B. II. Alsdenn setze man das Astrolabium in A so, daß dessen Durchmesser nach B gerichtet bleibt. Hierauf nehme man die Winkel BAG, BAH, BAI auf, und messe AG, GH, HI, IB. Eben so stelle man das Astrolabium in D, nach C gerichtet, und nehme den Winkel CDE auf. Wenn man nun DE, EF, FC mißt; so kann man, nachdem AD verjüngt aufgetragen, der Winkel BAD in A, und CDA in D gesetzt worden ist, auch in D den Winkel CDE setzen, DE, EF und FC ansetzen: desgleichen kann man auch in A die Winkel BAG, BAH und BAI setzen, und AG, GH, HI, IB auftragen.

III. Mit der Boussole.

Man verfährt wie bey II, nimmt und trägt die Winkel BAG, BAH, BAI mit den Linien AG, GH, HI, IB, auf, wie §. 17. B. III, gelehrt worden ist. Eben so, nach dem genennten §. den Winkel CDE und die Linien DE, EF, FC.

IIII. Mit der Kette und Stäben. F 105.

Man messe: DE, EA, AD um das Dreyeck ADE; AG, GE um das Dreyeck AGE, GH, HE um △ GHE; EF, FH um △ EHF; HI, IF um △ HIF; IB, BF um △ IBF; und FC, CB um △ FCB nach §. 25. auftragen zu können, so hat man ABCD.

Wenn man nun, F. 105, alle die Dreyecke, nach §. 70. quadrirt; so bekommt man den Inhalt von ABCD.

Aus dieser Aufgabe erhellet auch, daß man krumme Wege, wie AB oder DC, nach den jezt erwähnten Auflösungen I, II, III aufnehmen könne.

§. 75. Aufgabe. Wenn der Inhalt und die Grundlinie eines Dreyecks bekannt ist, so kann man dessen Höhe finden.

Man dividirt den Inhalt mit der halben Grundlinie, und der Quotient ist die Höhe. z. B. Grundlinie = 24; Inhalt = 96, so sagt man 12 : 96 giebt 8 = der Höhe.

§. 67. Aufgabe. Jede Fläche, deren Seiten gerade Linien sind, oder doch nicht sehr davon abweichen, in einige begehrte Theile zu theilen.

Man nimmt die Fläche auf und quadrirt sie, nach §. 71, oder 72, oder 73, oder 74. Die Fläche sey F. 106, ABCDE. Ist sie aufgetragen und quadrirt, so theile man den Inhalt durch die Zahl der begehrten Theile, z. B. hier durch 4. Von dem $\frac{1}{4}$ ziehe man △ ABC ab, und betrachte den Rest, als den Inhalt eines Dreyecks, der noch zu △ ABC gethan werden soll. Man messe AC, halbire es und dividire in den Rest, so bekommt man die Höhe des △ ACH. Diese Höhe mit dem Zirkel von dem verjüngten Maaßstabe genommen, das Lineal an AC gelegt, mit dem Zirkel daran hingezogen, und auf CD den Punkt H bezeichnet. Man zieht AH, so ist ABCH, $\frac{1}{4}$, von ABCDE. Nun halbirt man $\frac{1}{4}$ der Fläche und dividirt dieses durch $\frac{1}{2}$ AH, welches die Höhe des △ HAI wird. Man zieht an AH hin und bezeichnet I. Wiederum wird $\frac{1}{4}$ ABCDE halb genommen, und mit $\frac{1}{2}$ IH dividirt, so bekommt man die Höhe des △ IHK. Zieht man nun wieder an IH hin, so bekommt man den Punkt K auf CD, und man kann die Theilungslinie IK ziehen. Da nun IAHK = $\frac{1}{4}$ der Fläche ist, so ist es ABCH gleich. Wiederum in die Hälfte von $\frac{1}{4}$ ABCDE mit $\frac{1}{4}$ IK dividirt, giebt die Höhe des △ IKF, und an IK hingezogen den Punkt F. Wird endlich

lich die Hälfte von $\frac{1}{4}$ ABCDE durch $\frac{1}{2}$ IF dividirt, so bekommt man die Höhe △IGF, und an IF hingezogen den Punkt G, der, mit F zusammen gezogen GIKF = $\frac{1}{4}$ ABCDE giebt, und zugleich den vierten Theil GFDE. Auf diese Weise ist ABCDE in die vier gleichen Theile ABCH, IAHK, GIKF und EGFD abgetheilt.

Will man diese Theile aufs Feld übertragen, so trägt man auf EA die Theile EG, GI, IA, und auf CD die Theile DF, FK, KH und HC, so kann man die Theilungslinien GF, IK und AH ziehen.

§. 76. Lehrsatz. Zwey Parallelogramms, die einerley Grundlinie und Höhe haben, sind einander gleich. Das ist, F. 107, ABCD = AC FD.

Man beweist es so: AD = BC = EF; und AB = DC Im △EBA und FCD ist BC + CE = CE + EF; AB = DC und AE = DF; über dieses ist ∠B = ∠C, als rechte Winkel. Also ist △EBA = △FCD, nach §. 19. b) und c). Nimmt man vom △EBA und FCD den △CGE weg, so ist Trap. CBAG = Trap. FEGD. Thut man △AGD zu CBAG und FEGD, so ist ABCD = AEFD.

Man schreibt den Beweis auch so:

$ABCD = AEFD$; denn

$\triangle ABE = \triangle DCF$; weil $AB = DC$; $BC + CE = CE + EF$

und $AE = DF$, auch $\angle B = \angle C$, §. 19. b. c.

$$\triangle ABE - \triangle CGE = \triangle DCF - CGE$$

$$\triangle CGE = \triangle CGE \quad \text{also abgezogen}$$

$$\text{Trap. } CBAG = \text{Trap. } FEGD$$

$$\triangle AGD = \triangle AGD \quad \text{addirt}$$

$$CBAG + \triangle AGD = FEGD + \triangle AGD.$$

Das ist: $ABCD = AEFD$.

Da nun durch die Diagonallinie jedes Parallelogramm in zwey gleich große Dreyecke getheilet wird, nach §. 45; so sind auch die zwey Dreyecke CAD und CBD, F. 108, die einerley Grundlinie CD haben, und zwischen den Parallellinien CD und AB einander gleich.

Ja, ein Parallelogramm und ein Dreyeck, wie F. 109, die einerley Grundlinie AD haben, und zwischen den Parallellinien AD und BE stehen, sind so einander gleich, daß $\triangle AED = \frac{1}{2} ABCD$.

§. 77. Lehrsatz. Zwey Parallelogramme, so wie zwey Dreyecke, verhalten sich zu einander, wie ihre Grundlinien, wenn die Höhen gleich sind: sind Grundlinien gleich, so verhalten sie sich, wie ihre Höhen.

Denn:

Denn: F. 110. A D = D G; A D multiplicirt mit A B, giebt den Inhalt von A B C D, und D G multiplicirt mit D E giebt den Inhalt von D E F G, §. 69. z. B. A D = D G = 4; A B = 8; D E = 6. Nun 8 . 4 = 32 und 6 . 4 = 24. Also verhält sich A B C D : D E F G = 32 : 24; das ist wie das Produkt aus 4 . 8 zu dem Produkte aus 4 . 6. Nun, wenn 32 durch 8, und 24 durch 6 dividirt werden, so sind die Quotienten 4; folglich kann 4. nicht das Verhältnis seyn, sondern sie müssen sich verhalten wie 6 : 8, das ist wie die Höhen.

Nimmt man A B und D E für die Grundlinien an, so sind A D = D G die Höhen, und also verhalten sie sich, wie ihre Grundlinien.

Eben so, F. 111, da die △ △ A C B und A D B einerley Grundlinie, aber verschiedene Höhen haben; so verhalten sie sich auch wie ihre Höhen.

§. 78. Lehrsatz. Wenn man aus den zweyen Seiten eines rechtwinklichten Dreyeckes, welche den rechten Winkel einschliessen, und die Catheten heissen, zwey Quadrate, und aus der Seite, die dem rechten Winkel entgegensteht und die Hypothenuse genennt wird, auch ein Quadrat macht; so ist das leztere Quadrat so groß, als jene beyden zusammen genommen. Das ist: die zwey Quadrate der Catheten sind gleich dem Quadrate der Hypothenuse. Wenn man, F. 112, mit A D

aus E die Linie LK parallel ziehet, so soll erst erwiesen werden: ALKD = DEGF. Man ziehe AE und CF, so behauptet man △ ADE = △ CDF. Daß dem so sey, erhellet daraus: ∠ 1 = ∠ 3, als rechte; ∠ 2 = ∠ 2; also ∠ 1 + 2 = ∠ 3 + 2, das ist: ∠ ADE = ∠ CDF. Nun ist AD = DC und DE = DF, als Seiten einerley Quadrate. Also △ ADE = △ CDF, nach §. 19. b. Nach §. 76, ist △ ADE = $\frac{1}{2}$ ALKD und △ CDF = $\frac{1}{2}$ DEGF; denn AD = AD in = △ ADE und ALKD, so wie sie beyde zwischen den Parallellinien AD und LK, also unter einerley Höhe stehen. Ferner: △ CDF hat mit DEFG einerley Grundlinie DF, und sie stehen zwischen den Parallellinien DF und CG, also unter einerley Höhe. Da nun △ ADE = $\frac{1}{2}$ ALKD und △ CDF = $\frac{1}{2}$ DEGF; △ ADE = △ CDF; folglich auch $\frac{1}{2}$ ALKD = $\frac{1}{2}$ DEGF und also ganz ALKD = ganz DEGF.

Nun wird ferner behauptet: LBCK = CHIE. Zieht man BE und HD, so ist △ BCE = △ HCD; denn ∠ 1 = ∠ 3 als rechte, ∠ 2 = ∠ 2, und also ∠ 1 + 2 = ∠ 3 + 2; so ist BC = CD, und CE = CH, als Seiten einerley Quadrate. Da nun, nach §. 19. b.) △ BCE = △ HCD, so behauptet man ferner, nach §. 76: △ BCE = $\frac{1}{2}$ LBCK, da beyde auf BC und zwischen den Parallellinien BC und LK stehen; eben so: △ HCD

= $\frac{1}{2}$ CH

= ½ CHIE, da beyde auf CH und zwischen den Parallellinien DI und CH stehen. Ist dieses, so ist ½ LBCK = ½ CHIE, folglich ganz LBCK = CHIE. Ist nun ALKD = DEGF und LBCK = CHIE, und ALKD mit LBCR das Quadrat ABCD ausmacht; so ist ABCD = CHIE + DEGF.

Diesen Beweis schreibt man auch so:

ABCD = CHIE + DEGF

Man zieht FC, AE, BE, HD und aus E mit AG parallel LK.

I. LKDA = DEGF; denn
△ADE = △CDF (weil ∠1 = ∠3; ∠2 = ∠2; und ∠1 + 2 = ∠3 + 2; d. i. ∠ADE = ∠CDF; AD = DC; DF = DE und △ADE = △CDF. §. 19, b.)

△ADE = ½ ALKD
△CDF = ½ DEGF } §. 76;

½ ALKD = ½ DEGF

ALKD = DEGF ·2

II. LBCK = CHIE; denn
△BCE = △HCD (weil ∠1 = ∠3; ∠2 = ∠2; und ∠1 + 2 = ∠3 + 2; d. i. ∠BCE = ∠HCD; BC = CD; CE = CH und △BCE = △HCD §. 19. b.)

△BCE = ½ LBCK
△HCD = ½ CHIE } §. 76.

½ LBCK = ½ CHIE

LBCK = CHIE ·2

Nun ist
ALKD = DEGF, nach I.
LBCK = CHIE, nach II.

ALKD + LBCK = DEGF + CHIE
ALKD + LBCK = ABCD

ABCD = CHIE + DEGF.

§. 79. Aufgabe. Zwey Quadrate, oder zwey gleichseitige Dreyecke in ein Quadrat, oder in ein gleichseitiges Dreyeck zu verwandeln, daß das Quadrat so groß als beyde, und das Dreyeck so groß als beyde werde. Man setzt die beyden Seiten der 2 Quadrate, F. 113, ABCD und EFGC rechtwinklicht zusammen: (z. B. DC, CH) so giebt die Hypothenuse DH die Seite des Quadrats DHKI, das so groß ist, als ABCD und EFGC. Eben so, F. 114, wird von dem Dreyeck DEF die Seite an AB vom Dreyeck ACB rechtwinklicht gesetzt: so giebt die Hypothenuse GB das Dreyeck GBH, das so groß ist, als ACB und DEF. Der Grund von diesen Verfahren liegt in §. 78.

§. 80. So wie man Flächen, deren Gränzen gerade Linien sind, ausrechnen oder quadriren kann: eben so kann man auch Zirkelflächen ausrechnen, oder quadriren. Soll dieses geschehen: so muß der Diameter, oder die Peripherie bekannt seyn. Es entsteht nun die Frage: wie sich der Diameter zur Peripherie verhalte? Das älteste Verhältnis ist vom Archimed; wie 7 zu 22. Man hat auch eins vom Metius, wie 113 zu 355. Das genaueste ist von Ceylen, wie 100 zu 314; bey größern Zirkeln: wie 1000 zu 3141, oder wie 10000 zu 31415.

§. 81. Aufgabe. Es wird der Diameter eines Zirkels bekannt gemacht (den kann man leicht messen),

messen), man soll die Peripherie finden. Der Diameter sey 112, so sagt man:

$$100 : 314 = 112 : \text{Peripherie}$$

```
  314
  112   multiplicirt
 ----
  628
 314
314
-----
35168  dividirt durch 100 giebt: 351 68/100
```

oder $\frac{35168}{100}$ = der Peripherie.

§. 82. Aufgabe. Aus der gegebenen Peripherie den Diameter zu finden. Man sagt: $314 : 100 = 351\frac{68}{100}$: Diameter. Da $351\frac{68}{100} = \frac{35168}{100}$: so kann man sagen: $314 : \frac{100}{100} = \frac{35168}{100}$: Diam. Nun sind $\frac{100}{100} = 1$, und $1 \cdot 35168 = 35168$, diese dividirt durch

```
314|35168(112 = Diameter.
   |314::
    376:
    314:
    ----
     628
     628
    ----
       0
```

§. 83. Lehrsatz. Eine Zirkelfläche ist einem Dreyecke gleich, dessen Grundlinie so groß als die Peripherie und dessen Höhe dem Radius gleich ist. Denn wenn man die Zirkelfläche aus dem Mittel-

punkte in lauter kleine Dreyecke zerschneidet, deren Grundlinien in der Peripherie verschwinden: so wird die Höhe jedes der Dreyecke in den Radius fallen. Man darf daher nur den Diameter, F. 115, A B messen, nach §. 81, die Peripherie suchen, diese in eine gerade Linie A D auftragen, den Radius A C rechtwinklicht in A setzen: so ist die Zirkelfläche AFBD = dem Dreyecke CAD.

Nun wird der Flächeninhalt des △ CAD gefunden, wenn, nach §. 70, A C multipl. mit AD und das Produkt durch 2. dividirt wird (dies drückt man auch so aus: $\frac{AC . AD}{2}$); daher darf nur die Peripherie mit $\frac{1}{4}$ Diameter multiplicirt werden.

§. 84. Aufgabe. Eine Zirkelfläche auszurechnen, oder zu quadriren. Wenn Peripherie und Diameter, nach §. 81 oder 82, bekannt ist, so darf man nur die Peripherie durch $\frac{1}{4}$ Diameter multipliciren. Z. B. Diam. = 8

100 . 314 = 8
8
100) 2512 ($25\frac{12}{100}$. 2 = $50\frac{24}{100}$ der Inhalt
200
512
500
12

Oder:

Oder: den Diameter 8. quadrirt = und gesagt:

$$100\not{0} : 785 = 64 : \text{Inhalte}$$

```
         64
       ----
       3140
      4710
     ---------
100) 5024ø (50 24/100
     500
    ----
      24
```

§. 85. Lehrsatz. Des Zirkels Flächeninhalt verhält sich zum Quadrate seines Diameters, wie 785 zu 1000. Denn, wenn der Diameter, nach §. 80, 100 ist: so ist das Quadrat 10000. Wenn die Peripherie ist: 314, und 314 multiplicirt mit $\frac{1}{4}$ von 100, nach §. 84; so ist

```
  314
   25
  ----
 1570
 628
 ----
 7850 = der Zirkelfläche.
```

Also verhält sich die Zirkelfläche zum □ Diam. wie 7850 zu 10000.

Die Flächen der Zirkel verhalten sich also wie die Quadrate ihrer Durchmesser.

§. 86. Aufgabe. Aus dem Inhalte einer Zirkelfläche den Diameter zu finden. Man sucht zu 785, zu 1000 und zu dem gegebenen Inhalte die vierte Proportionalzahl, und aus der letztern

zieht

zieht man die Quadratwurzel, welche der Diameter ist.

Der Inhalt sey nach §. 84: 5024. Also: 785 : 1000 = 5024 : 4 Proport. Zahl.

```
              1000
785 | 5024000 | 6400   Die
    | 4710:   |
Wurzel aus 64  3140
ist 8 = Diam.  3140
               ----
                 0
```

Durch den bekannten Diameter kann man auch nun, nach §. 81, die Peripherie finden.

§. 87. Aufgabe. Wenn der Radius C B, F. 116, der Bogen A B oder der Winkel B C A gegeben sind: so kann man den Ausschnitt B C A ausrechnen, oder quadriren. Man sucht erstlich zu 100, 314 und dem Radius C B die halbe Peripherie; alsdenn zu 180, den Bogen B A oder Winkel B C A, und der gefundenen halben Peripherie die 4. Zahl, welche den Bogen in Linien giebt; endlich wird diese letztere durch $\frac{1}{4}$ Diameter, oder $\frac{1}{2}$ Radius multiplicirt, so hat man den Abschnitt B C A ausgerechnet, oder quadrirt. Z. B. C B = 8 B A oder ∠ C 45°, so sagt man:

$$100 : 314 = 8 : 25\tfrac{12}{100}$$

```
      8
  --------
  2°5'1"2'''
```

Ferner:

Ferner: 180° : 45° = 2° 5′ 1″ 2‴ :

```
                      45
                  ---------
                   12560
                  10048
                 ---------------
           18ø | 11304ø | 628‴ =
               | 108 : :     BA in
               ---------     Linien
                  50 :
                  36 :
                 -----
                  144
                  144
                 -------
                   0
```

Endlich: 628‴ multipl. mit ½ von 8 = 4

$$\frac{\quad 4 \quad}{2512} = BCA.$$

§. 88. Aufgabe. Es wird nur, F. 117, die Sehne A B und die Höhe des Bogens D F gegeben, ich soll den Diameter D E und den Mittelpunkt C finden. Es muß F D und F B in Zahlen ausgedruckt werden, und nach der fortgesetzten Proportion sagt man: D F : F B = F B : F E. Es sey D F = 24″, F B = 72″

```
24 : 72 = 72 :
      72
    -----
     144
    504
    -----
24) 5184 (2° 1′ 6″ = F E.   Hierzu addirt
    48 : .    24″     = D F
   -----    --------------
     38 :    240     = D E   dem Diameter.
     24 :
    -----
     144
     144
    -----
       0
```

Theilt man nun D E in zwey gleiche Theile, so hat man C D und also auch den Mittelpunkt C.

§. 89. Aufgabe. Den Abschnitt D A F B, F. 117, auszurechnen oder zu quadriren.

Man muß die Höhe D F des Bogens von der Sehne A B, und dann die halbe Sehne F B wissen. Durch Hülfe derselben sucht man D E den Diameter, nach §. 88. Man theilet diesen in 2 gleiche Theile und beschreibet damit den Zirkel A D B E A, in den man die Sehne A B trägt, und alsdenn, nach §. 17. A. I, den Winkel A C B mißt. Nun sucht man, nach §. 87, den Ausschnitt A C B D A. Hierauf zieht man von $\frac{1}{2}$ D E = D C die Höhe D F ab: so bleibt F C die Höhe des △ A C B. Wenn nun, nach §. 70, △ A C B ausge-

ausgerechnet, und von dem Ausschnitte A C B D A abgezogen wird: so bleibt D A F B übrig.

Es sey ∠ C = 72°, C B = 1° 2′ 0″.

100 : 314 = 120 : $376\frac{80}{100}$ halbe Periph.

```
  120
-----
37680

A B = 144
½ C F   48
      ----
      1152
      576
      ----
      6912 = △ ACB

180 : 72 = 37680  :  15072 ADB in Linien
           72            60 = ½ CB
        ------       ----------
         75360       904320 = Aussch. ACB
        26376        691200 = △ACB (DA
       --------      -----------------
 18Ø   271296Ø       213120 = Abschnitt D
      ---------                     DFB.
 3)     90432
      -------
 6)     15072
```

§. 90. Erklärungen. Wenn sich eine halbe Zirkelfläche um ihren Diameter herum bewegt: so beschreibt sie eine Kugel. Oder, welches einerley ist: eine Zirkelfläche, die sich um ihren Diameter herum bewegt, beschreibt eine Kugel. Davon kann man sich gleich überzeugen, wenn auf den Tisch ein Stück Geld, oder einen Ring stellet, und oben den Zeigefinger der linken Hand schwach

schwach auflegt, alsdenn aber dem Gelde, oder Ringe, mit den rechten Zeigefinger an den Daumen gebogen gestellt, einen Stoß giebt: so wird durch den Umschwung dem Auge eine drehende Kugel empfindbar. F. 118.

Die Linie durch den Mittelpunkt einer Kugel heißt: Axe. Die Wölbung in gleicher Weite um den Mittelpunkt wird **Kugelfläche** genennt. Folglich sind alle Punkte in der Kugelfläche gleich weit vom Mittelpunkte entfernt.

Wenn man eine Kugel abschneidet: so entstehet eine Zirkelfläche. Diese werden immer größer, je näher sie dem Mittelpunkte kommen. Die **größte Zirkelfläche der Kugel** ist die, welche durch den Mittelpunkt geht.

§. 19. Erklär. Wenn eine geradlinichte Fläche, z. B. ein Dreyeck, Viereck rc. sich an einer geraden Linie herunter bewegt, so, daß sie immer parallel in der Richtung bleibt: so entsteht ein **Prisma**. F. 119. Die Seitenflächen des Prisma sind lauter **Rechtecke**, und zwar so viel, als die Grundfläche Seiten hat. Z. B. ist des Prisma Grundfläche ein Dreyeck: so sind drey Rechtecke zur Seite u. s. w.

Wenn ein Prisma mit der Grundfläche parallel durchschnitten wird: so erhält man solche Flächen, wie die Grundfläche ist. Schneidet man aber mit einer Seitenfläche parallel: so bekommt man

man Rechtecke, welche im dreyeckichten Prisma immer schmäler werden.

Bewegt sich an einer geraden Linie ein Rechteck parallel herunter: so entsteht ein Parallelepipedum. Dieses ist also von sechs Rechtecken eingeschlossen, wovon die gegen einander überstehenden gleich sind. F. 120.

Bewegt sich eine Zirkelfläche an einer geraden Linie parallel herunter; oder, wenn ein Rechteck sich um die eine feststehende Seite herum bewegt: so entsteht ein Cylinder, oder eine Walze. F. 121. Die Schnitte mit der Grundfläche parallel geben: Zirkel; aber lothrecht: Rechtecke. Eine Pyramide besteht aus einer geradlinichten ebenen Grundfläche, auf der, so viel Dreyecke, als sie Seiten hat, stehen, die alle, mit ihren Spitzen, in einem Punkte zusammen treffen. F. 122.

Bewegt sich ein rechtwinklichtes Dreyeck um einen Cathet herum: so entsteht ein Kegel, oder Conus. F. 123. Alle Schnitte, mit der Grundfläche parallel, geben Zirkelflächen, die immer kleiner werden, je näher sie der Spitze kommen. Geht der Schnitt lothrecht aus der Spitze herunter: so hat man ein Dreyeck. Sezt man, nach F. 124, in A ein, und schneidet bis ans Ende in B: so heißt die Fläche: Parabel. Schneidet man von A schräg über nach C: so wird die Fläche: Ellipse, genennt. Schneidet

man

man aber von der Seite, von C, nach der Grundfläche in D: so heißt die Fläche: Hyperbel.

Da in allen diesen Körpern nicht alle Flächen einander gleich sind: so werden sie irreguläre Körper genennt. Wo aber alle Flächen gleich groß sind, nennt man den Körper regulär.

§. 92. Erklär. Es sind auser der Kugel noch fünf reguläre Körper, nämlich:

Der Würfel, Cubus, den sechs gleiche Quadrate umgeben, F. 125;

das Tetraëdrum, von vier gleich großen gleichseitigen Dreyecken eingeschlossen, F. 126;

das Oktaëdrum wird von acht gleich großen gleichseitigen Dreyecken umgeben, F. 127;

das Ikosaëdrum schliessen zwanzig gleich große gleichseitige Dreyecke ein, F. 128; und

das Dodekaëdrum von zwölf regulären gleichen Fünfecken eingeschlossen. F. 129.

§. 93. Aufgaben. Auf starkes Papier die Netze für alle stereometrische Körper zu zeichnen, um sie zusammenlegen zu können.

1) Tetraëdrum. Man beschreibt, F. 130, ein gleichseitiges Dreyeck, dessen drey Seiten in zwey gleiche Theile getheilt werden, in D, E, F; alsdenn zieht man DF, FE, ED, und die vier gleichseitigen Dreyecke sind gleich groß.

Man schneidet A C B aus, so, daß man an C E, B F und A D etwas mehr läßt. Hierauf bricht man das Papier nach den Linien A D, C E, B F, F D, D E und E F, und legt den Körper zusammen.

2) Oktaëdrum. Man beschreibt, wie 1) einen gleichseitigen Triangel A C E, F. 131; verlängert A E so, daß man F E aus E in G trägt, und AE = F G. Auf F G setzt man das gleichseitige Dreyeck F I G und theilt es auch dessen Seiten. Nun zieht man B I, C H, B D, B F, F D, E K, K H, H E; schneidet das Netz so aus, daß man etwas mehr läßt an A B, C D, E G, H I, K F, und bricht das Papier nach den Linien AB, CD, DB, BF, FD. EG, HI, FK, EH, HK, KE, um den Körper zusammenzulegen.

3) Das Ikosaëdrum. F. 132. Man zieht A F; theilt es in fünf gleiche Theile; darauf setzt man, nach §. 23, die gleichseitigen Dreyecke AGB, BHC, CID, DKE, ELF; durch G, H. I, K, L zieht man GL, und GH verlängert bis X. Ferner zieht durch XF, XZ; durch LE, QV; durch KD, PT; durch IC, OS; durch HB, NR; durch AG, AM; durch GB, GS; durch HC, MT; durch ID, NV; durch KE, OZ; durch LF, PF; und schließt mit AR und QX. Läßt man beym Ausschneiden abwechselnd etwas mehr Papier, und

bricht

bricht das Papier nach den Linien: so legt man den Körper zusammen.

4) Das Dodekaëdrum. F. 133. Man beschreibt, nach §. 51, das Fünfeck ABCDE, und setzt an jede Seite die Fünfecke 1, 2, 3, 4, 5, welche alle gleich sind. An 5, auf FG setzt man 6, an 6, 7 und dann an die Seiten von 7, noch 8, 9, 10, 11. Läßt man, beym Ausschneiden, abwechselnd etwas mehr Papier, bricht das Papier nach allen Linien und legt das Netz zusammen: so bekommt man den Körper.

5) Der Würfel, Cubus. Man macht, F. 134, das Quadrat ABDC; setzt gleiche an AB, BD, DC, CA, nämlich AEGB, BNOD, DKIC, CMLA und an IK, FIKH. Man läßt abwechselnd etwas mehr Papier beym Ausschneiden, und legt den Körper nach den Linien zusammen. Um dem Würfel noch mehr Schluß zu geben, kann man nur an FH und EG halb Papier mehr lassen, nämlich HP und EQ.

6) Das Prisma. Man zieht, F. 135, EH und theilet es in 3 Theile. Mit EH zieht man parallel AD = EH. Man zieht rechtwinkliche aus E, F, G, H die Parallelinien EA, FB, GC, HD. Auf FG und BC richtet man Dreyecke auf, deren Seiten den Theilen auf EH gleich sind. Endlich läßt man abwechselnd,

beym

beym Ausschneiden, Papier übrig stehen: so legt sich der Körper, nach den Linien gebrochen, zusammen.

7) Das Parallelepipedium. F. 136. Man macht das Rechteck ABGF; ferner auf BG ein größeres BCKG; desgleichen auf CK das Rechteck CDLK = ABGF, und auf DL, DEML = BCKG; endlich auf BC und GK die Rechtecke PQCB und GKIH nach der Höhe AB. Man läßt beym Ausschneiden abwechselnd etwas übriges Papier und legt den Körper nach den Linien.

8) Die Pyramide. F. 137. Man beschreibt aus A einen Bogen BCDE, dessen Radius AB gleich ist der Höhe der Pyramide. In diesen Bogen trägt man die Seiten der Grundfläche CFD, nämlich BC, CD, DE, und an CD setzt man CFD. Bricht man nun nach den Linien: so legt sich der Körper zusammen.

9) Der Cylinder, oder die Walze. F. 138. Man macht das Rechteck EGHF, und wenn EG die Höhe des Cylinders seyn soll: so verlängert man die Linie EG zu beyden Seiten. EF ist nun der Umkreis; also sucht man, nachdem EF gemessen worden, nach §. 82, zu 314 und 100 nebst der Peripherie EF den Diameter EA. Diesen halbirt man, und beschreibt aus C und D die Zirkel A und B, welche an EGHF in E und G stehen. Läßt man nun, beym Aus-

schneiden, abwechselnd an der Peripherie von A und an EF, so wie an der Peripherie von B und an GH etwas mehr Papier: so legt sich der Körper zusammen.

10) Der Kegel. F. 139. Man beschreibt die Grundfläche vermittelst des halben Durchmessers AB und macht AC zur Höhe des Kegels. Hierauf mißt man AC und AB auf dem verjüngten Maaßstabe, und setzt es so in die Regula de Tri: wie 2 AC zu AB, so 360 zu den Winkel DCE (oder zu dem Bogen DAE). Man zieht nun den Radius CD = CA, und setzt in C den Winkel DCE, nach §. 18. A, I. Endlich zieht man den Bogen DAE aus C, und das Netz zum Kegel ist fertig. Beym Ausschneiden macht man es so wie in 9) beym Cylinder.

§. 94. Aufgabe. Den körperlichen Inhalt eines Würfels zu finden.

Man mißt die Höhe des Würfels, multiplicirt sie mit sich selbst, das Quadrat aber wieder mit der Wurzel: so giebt die Cubikzahl den Inhalt des Würfels.

Dieses Maaß wird Würfel- oder Cubik-Maaß genennt. Bey Ausmessung der Länge war zum Maaße auch eine Länge nöthig, die wir Ruthe nannten. Bey den Flächen brauchten wir das Quadrat zum Maaße, und hatten Quadrat-

ruthen.

ruthen. Bey den Körpern hat man also einen Körper zum Maaße nöthig, und das ist der Cubus. Multiplicirt man nun 10 mit 10, giebt 100 als das Quadrat, und dieses, nämlich 100, multiplicirt mit 10, giebt 1000. Also hat, im zehntheiligen Maaße, eine Cubik-Ruthe 1000 Cubik-Fuß; ein Cubik-Fuß 1000 Cubik-Zoll; ein Cubik-Zoll 1000 Cubik-Linien u. s. w. Man bezeichnet also 6 Cubik-Ruthen, 328 Cubik-Fuß, 561 Cubik-Zoll, auf folgende Art: $6^{oo}\,328'\,561'$.

Der Flächeninhalt eines Cubus ist, wenn die Höhe 10. hält $= 100 \cdot 6 = 600$.

§. 95. Aufgabe. Ein Parallelepipedum seinem körperlichen Inhalte, und seiner Fläche nach auszurechnen. F. 120.

Man multiplicirt AC mit CD, und dies Produkt mit AB. Z. B.

$AC = 12'$, $CD = 8'$, $AB = 6$.

12 = AC
8 = CD
96
6 = AB
576′ = dem körperl. Inh.

Wird aber 96 doppelt genommen = 192; $AB \cdot AC$, d. i. $6 \cdot 12 = 72$, und doppelt = 144; $GE \cdot CD$, d. i. $6 \cdot 8 = 48$, und dop-

pelt = 96; hierauf 192 + 144 + 96 summirt: so ist 4° 32', nach Flächenmaaße der Flächeninhalt.

§. 96. Aufgabe. Ein Prisma seinem körperlichen und Flächen-Inhalte nach auszurechnen. F. 119.

Man sucht, nach §. 70, aus $\frac{1}{2}$ CD und AB die Grundfläche ACB, und multiplicirt diese mit der Höhe AE, und man hat den körperlichen Inhalt.

Mißt man aber AC, CB und BA; addirt man selbige; multiplicirt man diese Summe mit AE und addirt ACB doppelt: so hat man den Flächeninhalt. Z. B. DC = 4, AB = 6, AE = 18.

$$\begin{array}{r} DC = 4 \\ \frac{1}{2}AB = 3 \\ \hline ACB = 12 \\ AE = 18 \\ \hline 216 \end{array}$$ = dem körperlichen Inhalte.

$$\begin{array}{r} 3AB = 18 \\ AE = 18 \\ \hline 324 \end{array}$$ = der Seitenflächen.

$$\begin{array}{r} 2ACB = 24 \\ \hline 348 \end{array}$$ = der ganzen Fläche.

§. 79. Aufgabe. Den körperlichen und Flächen-Inhalt einer Pyramide auszurechnen. F. 122.

Man rechnet, nach §. 70, die Grundfläche ABD aus, multiplicirt sie durch die Höhe EC, und dividirt dieses durch drey; oder man multiplicirt ABD durch $\frac{1}{3}$ EC. Dieses giebt den körperlichen Inhalt.

Man messe und halbire AB, BD, DA; multiplicire diese Quotienten mit der Höhe EC, und addire diese Produkt, alsdenn aber addire man die Grundfläche ABD: so hat man den Flächeninhalt. Z. B. AD = 6, BE = 5, EC = 14.

BE = 5
$\frac{1}{2}$AD = 3
ABD = 15
EC = 14
210
3) 70 = dem körperlichen Inhalte von ACDB.

$\frac{1}{2}$ AB = 3 = $\frac{1}{2}$ BD = $\frac{1}{2}$ DA
EC = 14
42
(3
126 = Flächen der Seiten
ABD = 15 addirt
141 = Flächeninhalt.

 Die

Die Pyramide ist also $\frac{1}{3}$ eines Prisma von gleicher Höhe und Grundfläche.

§. 98. Aufgabe. Eines Cylinders körperlichen und Flächen-Inhalt auszurechnen. F. 121.

Man mißt den Diameter der Grundfläche und sucht, nach §. 81 und 84, die Grundfläche, und multiplicirt sie durch die Höhe: so hat man den körperlichen Inhalt.

Multiplicirt man die Peripherie mit der Höhe, und addirt die doppelte Grundfläche dazu: so hat man den Flächeninhalt. Z. B. AB = 20, AC = 66.

100 : 314 = 20
20
6280 = Peripherie
100
6280
5 = $\frac{1}{4}$ AB
31400 = Grundfläche

31400 = Grundfläche
66 = Höhe AC
188400
1884
2072400
100 = 20724 = körperlicher Inhalt.

6280

$$\begin{array}{l} 6280 = \text{Peripherie} \\ \underline{\quad 66 = AC} \\ 37680 \\ \underline{3768} \\ 414480 = \text{Seitenfläche} \\ \underline{\ 62800 = \text{doppelte Grundfläche}} \\ 477280 = \text{Flächeninhalt.} \end{array}$$

§. 99. Aufgabe. Den körperlichen und Flächeninhalt eines Kegels auszurechnen.

Man sucht, F. 123, durch den Diameter der Grundfläche AB, nach §. 81 und 84, die Peripherie und die Grundfläche. Multiplicirt man ferner die Grundfläche mit der Höhe CD und dividirt das Produkt durch drey; oder man multiplicirt die Grundfläche durch $\frac{1}{3}$ der Höhe CD: so bekommt man den körperlichen Inhalt. Z. B. AB = 20; CD = 66.

$$\begin{array}{l} 100 : 314 = 20 \\ \qquad\qquad\ \ \underline{20} \\ \text{§. 81.} - 6280 \text{ Peripherie} \\ \qquad\qquad\ \ \underline{5 = \tfrac{1}{4} AB, \text{ nach §. 84.}} \\ \qquad\quad \frac{31400}{100} = \text{Grundfläche AB.} \end{array}$$

Grundfl.

Grundfl. = 31400
66 = CD

188400
1884

2072400 = einem Cylinder von gleicher Grundfl. u. Höhe.

3) $\frac{690800}{100}$ = 6908 = dem körperlichen Inhalte des Kegels.

Oder:

31400 = Grundfläche
22 = $\frac{1}{3}$ CD

62800
628

$\frac{690800}{100}$ = 6908 = dem körperlichen Inhalte.

Der Kegel ist also $\frac{1}{3}$ eines Cylinders von gleicher Grundfläche und Höhe.

Den Flächen-Inhalt findet man, wenn das Quadrat der Höhe CD zu dem Quadrate von $\frac{1}{2}$ AB addirt wird, und man daraus die Quadratwurzel ziehet: so hat man CB; hierauf wird die Peripherie der Grundfläche mit $\frac{1}{2}$ CB multiplicirt, dazu die Grundfläche addirt, und alsdenn hat man den Flächen-Inhalt des Kegels. Das man CB findet, erhellet daraus: CDB ist ein rechtwinklichtes Dreyeck, und in selbigem ist □CD + □DB

□DB = □CB. Z. B. AB war nach obigem = 20; CD = 66′. Die Peripherie = 6280. Also ½ AB = 10 und □ 10 = 100. CD 66 quadrirt

```
   66
   66
  ----
  396
 396
 -----
 4356 .
```

Folglich:

4356 + 100 = 4456. Daraus □ Wurzel 66′7″ = CB

```
      44|56
      36|
     ----
       856
       1̶2̶6̶
       756|
     ------
       100|00
        1̶3̶|2̶7̶
        92 89
     ---------
         7 11
```

```
und 6280 = Peripherie
    3335‴ = ½ CB
   ------------
     31400
    18840
   18840
  18840
 ----------
  20943800.   Hierzu die Grundfl.
     31400    addirt, giebt
 ----------
  20985200 = des ganzen Kegels
                 Fläche.
```

§. 100. Aufgabe. Den körperlichen und Flächen-Inhalt eines abgekürzten Kegels auszurechnen. F. 140.

Man mißt den Diameter AB und FG; ferner HE = FI; hierauf zieht man $\frac{1}{2}$ FG von $\frac{1}{2}$ AB ab: so hat man AI; endlich schließt man, nach §. 60, also: AI : IF = AE : EC. Es sey AI = 4; IF = 12; AE = 10; FH = 6. Also 4 : 12 = 10 : 30.

$$\begin{array}{r} 10 \\ \hline 120 \\ 4)\overline{30} = EC. \end{array}$$

Da nun die ganze Höhe des Kegels EC bekannt ist: so sucht man, nach §. 81 und 84, die große Peripherie, und die Grundfläche, indem man entweder AB = 20, oder AE = 10, zu 100 und 314 ansetzt, da man im ersten Falle die ganze, und im andern die halbe Peripherie findet. Als:

100 : 314 = 20; oder: 100 : 314 = 10

$$\begin{array}{r} 20 \\ \hline 6280 \end{array} = \text{Peripherie.} \qquad \begin{array}{r} 10 \\ \hline 3140 \end{array} = \tfrac{1}{2}\ \text{Peripherie.}$$

Nun, im ersten Falle die Peripherie mit $\frac{1}{4}$ AB, und im andern mit $\frac{1}{2}$ AB multiplicirt:

6280 = große Periph.	3140 = ½ große Peri-
5 = ¼ A B	10 = ½ A B (pherie
31400 = große Grund- fläche.	31400 = große Grnd- fläche.

Endlich diese Grundfläche mit E C = 30 multiplicirt, und durch 3 dividirt, oder selbige gleich mit ⅓ E C multiplicirt: so hat man den körperlichen Inhalt des Kegels gefunden.

31400 = Grundfläche
30 = E C

942000 = dem Cylinder

$3)\ \frac{314000}{100} = 3140$ = körperlicher Inhalt.

31400 = Grundfläche
10 = ⅓ E C

$\frac{314000}{100} = 3140$ = körperl. Inhalt.

Nun zieht man F I = E H = 12 von E C = 30 ab, giebt H C = 18; ferner A I = 4 abgezogen von ½ A B = 10, giebt 6 = F H und 12 = F G. Wenn man nun zu 100 und 314 und F G = 12 die Peripherie F G, oder zu 100 und 314 und ½ F G = F H = 6, die halbe Peripherie sucht, und im ersten Falle die ganze Peripherie mit ¼ F G, oder im andern Falle die halbe Peripherie mit ½ F G = F H multiplicirt

plicirt: so kommt die Fläche FG. Wird nun diese mit CH multiplicirt und durch 3 dividirt, oder gleich mit $\frac{1}{3}$ CH multiplicirt: so hat man den körperlichen Inhalt von FCG. Also:

100 : 314 = 12
12 = FG

3768 = kleine Peripherie
3 = $\frac{1}{4}$ FG

11304 = kleine Grundfläche
18 = HC

203472 = einem Cylinder von gleicher Grundfläche und Höhe

3) 67824

$\frac{67824}{100}$ = dem körperlichen Inhalte des kleinen Kegels FCG.

Oder:

100 : 314 = 6
6 = $\frac{1}{2}$ FG

1884 = $\frac{1}{2}$ kleine Peripherie
6 = $\frac{1}{2}$ FG

11304 = kleine Grundfläche
6 = $\frac{1}{3}$ HC

$\frac{67824}{100}$ = des kleinen Kegels FCG körperlichen Inhalte.

Am Ende zieht man von des großen Kegels Inhalte . . = 314000
des kleinen Kegels körperl. Inh. = 67824 ab:

so bleibt: 246176, d. i.
$2461\frac{76}{100}$ des abgekürzten Kegels körperlicher Inhalt übrig.

Dieses ganze Verfahren ist die Grundlage von der nützlichen Berechnung, welche man in Forstsachen machen muß, wenn man die Klaftern aus den zu schlagenden Bäumen auf einem Schlage bestimmen soll. Man nimmt die Stämme der Bäume als abgekürzte Kegel an, und verfährt, wie itzt gelehrt wurde. Hierauf aber cubirt man eine Klafter, die gewöhnlich 3 Ellen breit und hochgesetzt wird, und deren Scheite $1\frac{1}{2}$ Elle lang sind. Diese, die Elle zu 2′ gerechnet, beträgt 108 Cubik-Fuß, wovon, wegen der Zwischenräume, 14 bis 16 Fuß abgezogen werden müssen, so, daß 92 bis 94′ bleiben, mit welchen man in den körperlichen Inhalt des Baumes dividiren muß, um die Klafter-Zahl zu bekommen.

Der Flächeninhalt des abgekürzten Kegels wird also befunden: man mißt, F. 140, Diam. A B und F G, so wie F I; $\frac{1}{2}$ A B weniger $\frac{1}{2}$ F G = A I; man quadrire F I und A I, und □ F I + □ A I = □ F A; heraus ziehe man die Quadrat-Wurzel: so hat man A F. Zu 100 — 314 und A B sucht man die Peripherie A B; so wie zu 100 — 314 und F G, sucht man die Peripherie

Peripherie F G. Hierauf wird die Periph. AB und die Periph. FG addirt, diese Summe durch 2 dividirt, und diese halbe Summe mit A F multiplicirt.

Z. B. Es sey AB = 20′; FG = 12′; AI = 4′.

```
      100 : 314 = 20
                  20
            6280′ = große Peripherie.
             3768 = kleine Peripherie.
            10048 = beyden Peripherien.
      2:)    5024 = ½ Summa der Peripherien.
              126 = F A.
            30144
           10048
           5024
           633024 = der Oberfläche des abgekürzten Kegels.
```

```
      100 : 314 = 12
                  12
            3768′ = kleine Peripherie.
```

FI = 12'   AI = 4'
12   4
□FI = 144'   □AI = 16'
□AI = 16'
□FA = 1|60 (12'6'' fast = FA
1|
0 60
~~22~~
44
16|00
~~246~~
14 76
124

§. 101. Die Kugel ist $\frac{2}{3}$ eines Cylinders von gleicher Grundfläche und Höhe, und der Cubus, oder Würfel des Diameters der Kugel verhält sich zur Kugel, wie beynahe 300 zu 157.

Denn wenn der Diameter = 100: so ist dessen Cubus = 1000000; aber der Inhalt des, der Kugel gleichen Cylinders ist, nach §. 98, (314. 100. 25 = 785000. Diese 785000 dividirt durch 3 = $261666\frac{2}{3}$, und dieses multiplicirt durch 2 = $523333\frac{1}{3}$ = dem Inhalte der Kugel. Also verhält sich der Cubus des Diameters zur Kugel wie 1000000 zu $523333\frac{1}{3}$. Beydes durch 3 multiplicirt: so ist 3000000 zu 1570000. Beydes dividirt durch 10000: so ist das Verhältnis wie 300 zu 157.

§. 102. Aufgabe. Den Inhalt der Kugelfläche, so wie den körperlichen Inhalt der Kugel zu finden, wenn der Diameter, oder die Peripherie des größten Zirkels derselben bekannt ist.

Man sucht, nach §. 81, die Peripherie des größten Zirkels, wenn der Diameter; oder nach §. 82 den Diameter, wenn die Peripherie bekannt ist. Ferner multiplicirt man diese Peripherie durch den gegebenen Diameter: so hat man die Kugelfläche. Wenn man nun diese Kugelfläche durch $\frac{1}{6}$ Diameter multiplicirt; oder wenn man sie durch den ganzen Diameter multiplicirt, und das Produkt durch 6 dividirt: so bekommt man den körperlichen Inhalt der Kugel.

Z. B. Der Diameter unserer Erde ist: 1720 teutsche Meilen.

$$
\begin{array}{l}
100 : 314 = 1720 \\
\quad\;\; 1720 \\
\hline
\quad\;\; 6280 \\
\;\; 2198 \\
\;\; 314 \\
\hline
\dfrac{540080}{100} = \text{größte Peripherie.}
\end{array}
$$

1720 teutsche Meilen = Erddiameter.
54 00 = der größten Peripherie der
688000 Erde, wenn $\frac{80}{100}$ wegläßt.
860

9288000 □ Meilen = der Erdkugel-
172 0 = Erddiameter (fläche.

185760000
65016
9288

15975360000

6)

2662560000 Cub. Meilen = dem körperl. Inhalte der Erdkugel.

Wenn zwey Kugeln von verschiedener Größe mit einander verglichen werden sollen: so ist das Verhältnis dieses, daß sie sich wie die Cubi ihrer Diameter verhalten.

§. 103. Aufgabe. Das Tetraedrum nach seinem körperlichen und Flächeninhalt auszurechnen.

Man verfährt wie bey der Pyramide, im §. 97.

§. 104. Aufgabe. Das Oktaedrum seinem körperlichen und Flächeninhalte nach auszurechnen.

Man sucht, nach §. 70, den Inhalt des Dreyecks, welches einer der Seitenflächen gleich ist, und multiplicirt diese Fläche durch 8: so hat man den Flächeninhalt. Z. B. Seite = 8; Höhe = 6, und 8 . 3 = 24 = einer Seitenfläche, d. i. einem Dreyecke. Ferner: 24 . 8 = 192 = der Fläche des Oktaedrums.

Den körperlichen Inhalt des Oktaedrums findet man so: eine Seite des gleichseitigen Dreyecks, woraus es besteht, wird gemessen, und mit sich selbst multiplicirt, so hat man die Fläche, worauf die beyden viereckichten Pyramiden stehen. Wenn man, von Spitze zu Spitze der Pyramiden, die Höhe mißt; wenn man selbige halbirt; wenn man damit die Fläche multiplicirt, und durch 3 das Produkt dividirt; oder wenn man die Fläche mit $\frac{1}{3}$ der halben Höhe gleich multiplicirt; wenn man dieses letztere doppelt nimmt: so bekommt man den körperlichen Inhalt des Oktaedrums. Z. B. Seite = 8 . 8 = 64 = der Fläche. Höhe = 12, und halb = 6, davon $\frac{1}{3}$ = 2. Nun 64 . 2 = 128 und 128 . 2 = 256 = dem körperlichen Inhalte. Oder 64 mit $\frac{1}{3}$ von 12 = 4 giebt: 256.

§. 105. Aufgabe. Den körperlichen und Flächen-Inhalt eines Ikosaedrums auszurechnen.

Das Ikosaedrum besteht aus 20 gleichen dreyeckigen Pyramiden, deren Spitzen im Mittelpunkte zusammen treffen; daher darf man nur, nach §. 70, das eine Dreyeck quadriren, dieses Quadrat mit der halben Höhe des Ikosaedrums multipliciren, und das Produkt durch 3 dividiren, (oder das Dreyeck durch $\frac{1}{3}$ der halben Höhe multipliciren): so hat man den körperlichen Inhalt einer der 20 Pyramiden. Diesen Inhalt, mit 20 multiplicirt, giebt den körperlichen Inhalt des Ikosaedrums. Z. B. Seite des $\triangle = 8$; Höhe des $\triangle = 6$, und $\frac{1}{2}\ 6 = 3$. Nun $8 . 3 = 24 = \triangle$. Die Höhe des Ikosaedrums $= 18$ und halb $= 9$. Nun $\frac{1}{3}$ von $9 = 3 . 24 = 72 =$ der Pyramide, und $72 . 20 = 1440 =$ dem körperlichen Inhalte. Wenn man aber den Inhalt des Dreyecks $= 24$ mit 20 multiplicirt $= 480$: so hat man den Flächeninhalt.

§. 106. Aufgabe. Den körperlichen und Flächen-Inhalt des Dodekaedrums auszurechnen.

Das Dodekaedrum besteht aus 12 gleichen fünfeckichten Pyramiden, die mit ihren Spitzen in einem Punkte zusammen sind; daher darf man nur

 eine

eine Fläche, von den 12 Fünfecken, nach §. 70 und 72, quadriren: und diese Fläche mit $\frac{1}{3}$ der halben Höhe des Körpers multipliciren: so hat man den körperlichen Inhalt einer der 12 Pyramiden. Nun multiplicirt man diesen mit 12, und man bekommt den körperlichen Inhalt des Dodekaedrums.

Wenn man aber eins der Fünfecke quadrirt hat, und mit 12 multiplicirt: so bekommt man den Flächeninhalt.

§. 107. Aufgabe. Den körperlichen Inhalt jedes irregulären Körpers, z. B. einer Statue, zu finden.

Man legt den Körper in ein Parallelepipedum, und bedeckt ihn mit Wasser, oder geebneten Sande. Die Höhe des Wassers oder Sandes nimmt man für die Höhe eines Parallelepipedums an, und man darf nur, nach §. 95, den körperlichen Inhalt desselbigen suchen. Alsdenn nimmt man den Körper heraus, und der Höhenstand des Wassers oder Sandes wird die Höhe des nun auszurechnenden Parallelepipedums, nach §. 95. Zieht man nun den letztern Inhalt von dem erstern ab: so giebt die Differenz den körperlichen Inhalt des Körpers.

§. 108. Aufgabe. Einen Visirstab zu machen, mit welchen man ein Faß visiren, d. i. seinen Inhalt nach Nösel, oder Kannen finden kann. F. 141.

Man nimmt mit dem Zirkel z. B. von einem Nösel den Diameter auf, setzt ihn rechtwinklicht, wie BAC, zusammen, nimmt die Hypothenuse CB auf und setzt sie aus A in D, so ist AD der Diameter von 2 Nöseln. Eben so wird die Hypothenuse DC der Diameter AE von 3 Nöseln; EC wird AF = 4 Nöseln; FC wird AG = 5 Nösel. Nun nimmt man einen gerade gehobelten Stab und trägt auf eine 1, 2, 3, 4, 5 u. s. w. die Diameter der Nösel, und auf die andere Seite die Höhen der Nösel, so vielmahl es angeht, so ist der Visirstab fertig.

Wenn nun, F. 142, das Faß visirt werden soll, d. i. wie viel Nösel darinne sind, oder hineingehen: so mißt man mit der Seite des Visirstabs, wo die Diameter stehen, den Diameter des Fasses AB und auch den, durch das Spundloch, DE. Diese addirt man und theilt sie durch 2. Hierauf mißt man die Länge AC mit der andern Seite des Visirstabes, wo die Höhen der Nösel stehen und multiplicirt diese Höhen mit der halben Summe von AB + DE, so weis man, wie viel das Faß Nösel hält. Z. B.

$AB = 6$, $DE = 10$, $AC = 12$

$DE = 10$

$AC = 6$

$AB + DE = 16$

2) ———

$\frac{1}{2}AB + \frac{1}{2}DE = 8$, als so viel Nösel neben einander stehen können.

$AC = 12$, als so viel Nösel über einander stehen können.

---

96 Nösel, als dem Inhalte des Fasses nach Nöseln.

Vom

Vom Gebrauche der Logarithmischen Tafeln bey trigonometrischen Ausrechungen.

§. I. In dem Quadranten eines Zirkels sind unterschiedene Linien zu merken. Der Radius A C, F. 143, heißt: Sinus totus. Jede Linie, die auf dem Radius senkrecht steht, wie G H, ist die halbe Sehne, und heißt: Sinus, und ist des Bogens A G, so wie von G K, folglich des Winkels A C G und G C K Maaß. Eine Linie, die, wie B A lothrecht auf dem Radius steht und den Bogen A G berührt, hat den Namen: Tangent, die berührende Linie, welche ohne Gränzen wäre, wenn sie nicht von C B abgeschnitten würde, und daher wird C B der Secante genennt. Setzt man den Radius D C rechtwinklicht an A C, und auf C D die Linie G F: so ist selbige abermahls die halbe Sehne; folglich muß sie nun auch Sinus heissen, uud da der Winkel G C F zu dem Winkel A C G gethan, 90° giebt = dem Bogen A D, so wird G F **Sinus des Complements**, oder Cosinus

sinus genennt. Eben aus dem Grunde ist ED der Cotangente, oder der Tangent des Complements, und CE der Cosecante, oder der Secante des Complements; denn er schneidet ED in E ab. AH ist der Sinus versus.

§. 2. Von der Einrichtung der trigonometrischen Tafeln ist dieses zu merken: die Logarithmen für die Sinus, und Tangenten der Winkel in Graden und Minuten, steigen von 0 Grad (d. i. von 1 Minute) bis 44° linker Hand, und rechter Hand von 45° bis 90° (d. i. bis 89° 60'). Oben steht Grad und linker Hand stehen die Minuten. Warum sie so und nicht anders geordnet sind, davon ist der Grund der: jede aufgeschlagene Seite giebt, wenn man die linker und die rechter Hand addirt, allezeit den Quadranten, d. i. 90 Grade. Z. B. Man schlägt 65° 60' auf, so steht linker Hand 24°. Nun ist 65° 60' = 66° und 24° addirt = 90°.

Der zweyte Theil der Tafeln ist in Logarithmen für 1 bis 10000, auch manchmal weiter ausgerechnet.

§. 3. Von dem Gebrauche der Tafeln muß man folgendes merken:

1) für die Grade. Man schlägt, z. B. 78° 29' auf, so ist der Logarithmus des Sinus: 9. 9911670; und des Tangenten: 10,6908912.

Nach

Nach der ersten Zahl linker Hand, von 1 bis 10, steht allezeit ein Punkt, und diese durch den Punkt abgesonderte Zahl wird der Charakter des Logarithmus genennt, nach welchen man ihn aufschlägt.

Findet man den, durch die Rechnung herausgekommenen Logarithmus nicht genau, und man will noch Sekunden haben, z. B. Logarithmus 9.9169163 käme heraus, dem 9.9168593 am nächsten kömmt = 55° 40′: so zieht man von 9.9169163 diesen nächst kleinern 9.9168593 ab, giebt die Differenz 570; ferner den nächst kleinern 9.9168593 von den nächst größern 9.9169455, giebt die Differenz 862. Man sagt alsdenn 862 geben 60″, was geben 570′?

862 ; 60 = 570
　　　　　　60

```
862 | 34200 | 39″.
      2586:
      -----
       8340
       7758
      -----
        582
```

Diese Sekunden zu 55° 40′ gethan, geben den Bogen, od. Winkel genauer.

2) Für die Zahlen in natürlicher Progression. Man schlägt die Zahl auf, so steht der Logarithmus daneben. Ist die Zahl mehr als 10000, z. B. 9462311, so sucht man von den vier ersten 9462 den Logarithmus, welcher ist 3.9759829,

3.9759829, und den man von dem nächst größern 3.9760288 abzieht, giebt die Differenz: 459. Diese multiplicirt mit den 3 übrigen Zahlen, nämlich mit 311, giebt das Produkt: 142749. Davon schneide man 3 Zahlen rechts ab, nämlich 749, bleibt noch 142, die zu den Logarithmus: 3.9759829 gethan, 3.9759971 geben. Endlich wird der Charakter 3, da von den gegebenen Zahlen 9462311, die 3 letzten nicht gefunden werden konnten, in 6 verwandelt, so ist 6.9759971 der Logarithmus von 9462311.

Sollte man zu den Logarithmus 6.9759971 die Zahl finden: so müßte man dieses Verfahren umkehren, und unter dem Character 3 den Logarithmum suchen, welcher dem gegebenen gleich oder nahe kommt, das ist hier: 3.9759829 = 9462. Diesen Logarithmus von dem gegebenen abgezogen, giebt die Differenz, welche mit 3 Nullen vermehrt, durch die Differenz aus dem gefundenen, und nächst größern, dividirt, den Quotienten 311 giebt, und diese Zahlen gesetzt an 9462 geben 9462311.

Findet man zwischen 1 und 10000 z. B. einen Logarithmus: 1.9684362 = 92°, und man will noch kleinere Theile haben: so sucht man 920′ und vergleicht, welcher Logarithmus unter dem Charakter 2 am nächsten kömmt, so findet man 92°9′; ferner

ferner nach 92° 9′0 unter dem Charakter 3, wo 3.9684362 = 92° 9′ 9″ stehet.

3) Statt zu multipliciren addirt man, und statt zu dividiren subtrahirt man, indem man mit Logarithmen rechnet.

§. 4. Der Gebrauch der Logarithmen bey den geradlinichten Dreyecken, welches in die ebene Trigonometrie gehört, schränkt sich auf drey Hauptaufgaben ein: es werden zwey Winkel und eine Seite; zwey Seiten und ein Winkel; oder alle drey Seiten gegeben, man soll die übrigen Theile eines Dreyecks finden.

I. Es werden zwey Winkel, F. 144, und eine Seite gegeben. Die gegebenen Winkel sind entweder A und C: so muß man sie addiren und von 180° abziehen, um B zu haben; oder A und B, oder C und B. In beyden Fällen rechnet man so: wie sich Sinus des Winkels B zu AC verhält, so verhält sich {A zu BC / C zu AB}. Z. B. A = 40°, C = 52° (so ist 40° + 52° = 92° − 180° = 88° = ∠ B) AC = 1°4′

B. 9.9997354.

AC. 1.1461280. } 2ter und dritter Satz addiret,
A. 9.8080675 } statt multiplicirt.

10.9541955 } subtrahiret, statt dividiret.
B. 9.9997354 }

0.9544601 = 9′.

Oder:

Oder:

$$\begin{array}{lr} B. & 9.9997354 \\ AC. & 1.1461280 \\ C. & 9.8965321 \\ \hline & 11.0426601 \\ B. & 9.9997354 \\ \hline & 1.0429247 = AB = 11'. \end{array}$$

II. Es werden zwey Seiten und ein Winkel gegeben. F. 144.

Erster Fall. BA = 11′, AC = 14′, ∠ C = 52°, den die Seiten nicht einschliessen.

Man sagt: wie AB zu dem Sinus des ∠ C; so AC zu des ∠ B Sinus.

$$\begin{array}{lr} AB. & 1.0429247 \\ C. & 9.8965321 \\ AC. & 1.1461280 \\ \hline & 11.0426601 \\ AB. & 1.0429247 \\ \hline & 9.9997354 = 88°. \end{array}$$

Nun kann man auch, nach I, BC finden.

Zweyter Fall. Die zwey gegebenen Seiten schliessen einen rechten Winkel ein, F. 145. Man sagt: wie CB zu CA; so der Sinus totus zum Tangenten des Winkels B. Es sey AC = 14′, CB = 9′.

CB.

CB. 0.9544601
AC. 1.1461280
Sin. tot. 10.0000000

11.1461280
CB. 0.9544601

10.1916679 = Tang. des $\angle$ B = 57° 15′.

Dritter Fall. Wenn, F. 144, die beyden Seiten AC und CB nebst dem Winkel C gegeben werden. Es sey $\angle$ C = 52°, AC = 14′, CB = 9′. Man sagt: wie die Summe der beyden Seiten AC und CB zu ihrer Differenz; eben so der Tangente, der halben Summe der beyden zu findenden Winkel A und B, zu dem Tangenten der halben Differenz derselben Winkel.

Man setzt: AC = 14′   AC = 14′
CB = 9′   CB = 9′

AC + CB = 23′.   AC − CB = 5′.

$\angle$ A + B + C = 180°
$\angle$ C = 52°

$\angle$ A + B = 128°

$\frac{1}{2}$A + $\frac{1}{2}$B = 64°.

AC + BC . . 1.3617278
AC − BC . . 0.6989700
Log. Tang. $\frac{1}{2}$A + $\frac{1}{2}$B . 10.3118182

11.0107882
1.3617278

9.6490604 = 24° 1′ = Tang. der halben Differenz von A − B.

Nun setzt man

$64° = \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B$ $\quad$ $64° = \frac{1}{2}A + \frac{1}{2}B$ an, u.

addirt $24°1' = A - B$ halb, subt. $24°1' = \frac{1}{2}A - \frac{1}{2}B$.

so ist $B = 88°1'$ als der größere, u. $39°59' = \angle A$, als dem kleinern.

III. Es werden, F. 146, alle drey Seiten gegeben, man soll die Winkel finden.

Man sieht die kleine Seite als den Radius eines aus B zu beschreibenden Zirkels an; daher läßt CB abgezogen von AB übrig AD, und wenn man den Zirkel, nach BC eröfnet in B einsetzt, und auf AC einen Einschnitt macht: so wird AF abgeschnitten. Dieses AF findet man so durch die Rechnung, indem man sagt: wie sich Grundlinie AC verhält zur Summe der beyden Seiten AB + BC; so verhält sich die Differenz AD zu dem Stücke der Grundlinie AF. Z. B.

AB =	11′	AB =	11′
BC =	9′	BC =	9′
AB+BC	20′	DA =	2′

AC = 14′ — 1.1461280
AB + BC — 1.3010300
DA — 0 3010300

1.6020600
1.1461280

AF. 0.4559320 = 2′8″5‴

Nun

Nun von AC = 14′0″0‴
abgezogen AF = 285
CF = 1115‴
2)
CG = 5575⁗

Und CG = GF = 5′5″7‴5⁗ addirt
zu AF = 2850 giebt
GA = 8425⁗.

Ferner: BC . 3.9542425
Sinus tot. 10.0000000
GC. 3.7462449
13.7462449
3 9542425
∠GBC 9.7920024 = 38°16′
90° = ∠
128°16′(BGC

179°60′
128°16′
51°44′ = C.

Endlich: BA 4.0413927 Log. von 1′0″0‴0⁗
Sinus tot. 10.0000000
AG 3.9255699
13.9255699
4.0413927
∠ABG. 9.8841772 = 49°59′
∠GBC = 38°16°
△B = 88°15′.

89°60′
49°59′
40° 1′
(= A.

$$\text{Also: } \angle A = 40^\circ 1'$$
$$\angle B = 88\ 15$$
$$\angle C = 51\ 44$$
$$A + B + C = 180^\circ 0 0.$$

§. 5. Die Anwendung des 4. §, auf geometrische Messung, ist diese:

I. Wenn, F. 45, A C, so wie die Winkel A und C gemessen sind: so rechnet man A B, wie im §. 4. I, nach der Proportion aus, wie sich der Sinus des Winkels B zu A C verhält; eben so verhält sich der Sinus von C zu A B.

II. Wenn, F. 42, A C so wie C B und ∠ C gemessen sind: so rechnet man A B, nach §. 4. II. 3. Fall, also aus, da man sagt: wie die Summe der beyden Seiten A C und C B zu ihrer Differenz sich verhalten; eben so verhält sich der Tangente der halben Summe der beyden Winkel A und B, zu dem Tangenten der halben Differenz dieser Winkel. Diese zu der halben Summe von A + B addirt, giebt den größern ∠ A, und subtrahirt den kleinern ∠ B. Alsdenn sagt man, wie bey I: wie der Sinus des Winkels B zu A C; so der Sinus des ∠ C zu A B.

III. Wenn, F. 147, die Winkel 1, 2, 3, 4, 5, und C E so wie E D gemessen sind: so geben 1 + 2 abgezogen von 180° den ∠ A;

4 + 5 abgezogen von 180° den ∠ B. Nun rechnet man AE nach der Proportion aus: wie sich der Sinus des Winkels A verhält zu DE; so verhält sich ∠ 1 zu AE, nach §. 4. I. Ferner: ∠ 4 + ∠ 5 abgezogen von 180° gab ∠ B und man rechnet nach der Proportion: wie der Sinus des ∠ B sich verhält zu EC; eben so ∠ 5 zu AE. Da nun AE und BE nebst dem ∠ 3 bekannt sind, so sagt man, nach §. 4. II. dritter Fall, also: wie die Summe der beyden Seiten AE und BE zu ihrer Differenz; eben so der Tangente der halben Summe der beyden Winkel 6 und 7 zu dem Tangenten der halben Differenz dieser Winkel. Da man nun ∠ 6 und ∠ 7 bekommt, so rechnet man, wie §. 4. I, AB so aus: wie sich der Sinus des ∠ 7 verhält zu AE; eben so der Sinus des ∠ 3 zu AB. Ist ∠ D oder C stumpf, so bringt man Logarithmus des Nebenwinkels in die Rechnung.

IIII. Wenn, F. 78. b, der Winkel E und EF = DB gemessen worden ist: so giebt ∠ E — 90° den ∠ A, und man sagt: wie sich der Sinus des Winkels A zu EF verhält, eben so verhält sich der Sinus des ∠ E zu AF. Nun zu AF gethan FB oder ED, giebt AB, nach §. 4. I.

V. Wenn, F. 81, die Winkel E und F so wie BD = EF gemessen werden: so sucht man, nach §. 4. I, erst FA also: wie sich verhält Sinus

des ∠ EAF zu EF; eben so Sinus des ∠ E zu AF. Ferner AG also: wie sich verhält der rechte Winkel G, d. i. der Sinus totus zu AF; eben so der ∠ AFG zu AG. Nun zu AG gethan GC, oder FD, oder EB, giebt AC.

VI. Eben so kann man AF, F. 148, aus den übereinanderstehenden Fenstern B und D messen, wenn man mit einem Lothe BD, und die Winkel 1, 4, 5 mißt. Der Winkel 1 + ∠ 2 giebt ∠ ABD, wenn ∠ 1 zu 90° addirt wird. Der ∠ 4 von 90° abgezogen giebt ∠ 3. Die Winkel 1 + 2 + 3 abgezogen von 180° geben den ∠ BAD. Der ∠ 4 + 90° = E abgezogen von 180°, (oder ∠ 4 — 90°) giebt ∠ DAE. Und ∠ 5 — 90° giebt ∠ F. Nun sagt man im ∠ ABD: wie der Sinus des ∠ A zu BD; eben so ∠ B zu AD. Ferner im ∠ ADE: wie der Sinus des ∠ E, d. i. der Sinus totus zu AD; eben so D (d. i. 4) zu AE. Desgleichen wie Sinus totus (d. i. ∠ E) zu AD; eben so Sinus des ∠ A zu ED. Endlich, wie der Sinus des ∠ F zu ED; eben so der Sinus des ∠ D (d. i. ∠ 5) zu EF. Nun zu AE gethan EF giebt AF.

Erster

Erster Anhang.

Winkelmesser-Tafel

im zehntheiligen Maaße

nach Ozanam trigonometrisch berechnet

von

dem Herrn von Wettberg.

Sehne.		Winkel.		Sehne.		Winkel.	
Fuß	Zoll	Grad	Min.	Fuß	Zoll	Grad	Min.
				3	0	5	42
0	1	0	10	3	1	5	54
0	2	0	22	3	2	6	6
0	3	0	34	3	3	6	18
0	4	0	44	3	4	6	28
0	5	0	56	3	5	6	40
0	6	1	8	3	6	6	52
0	7	1	20	3	7	7	4
0	8	1	30	3	8	7	14
0	9	1	50	3	9	7	20
1	0	1	54	4	0	7	38
1	1	2	6	4	1	7	50
1	2	2	16	4	2	8	0
1	3	2	28	4	3	8	12
1	4	2	40	4	4	8	24
1	5	2	50	4	5	8	36
1	6	3	2	4	6	8	46
1	7	3	14	4	7	8	58
1	8	3	26	4	8	9	10
1	9	3	36	4	9	9	22
2	0	3	48	5	0	9	32
2	1	4	0	5	1	9	44
2	2	4	12	5	2	9	56
2	3	4	22	5	3	10	8
2	4	4	34	5	4	10	18
2	5	4	36	5	5	10	30
2	6	4	58	5	6	10	42
2	7	5	8	5	7	10	54
2	8	5	20	5	8	11	4
2	9	5	32	5	9	11	16

Sehne.		Winkel.		Sehne.		Winkel.	
Fuß	Zoll	Grad	Min.	Fuß	Zoll	Grad	Min.
6	0	11	28	9	0	17	14
6	1	11	40	9	1	17	26
6	2	11	50	9	2	17	38
6	3	12	2	9	3	17	50
6	4	12	14	9	4	18	0
6	5	12	26	9	5	18	12
6	6	12	32	9	6	18	24
6	7	12	48	9	7	18	36
6	8	13	0	9	8	18	48
6	9	13	42	9	9	18	58
7	0	13	18	10	0	19	10
7	1	13	34	10	1	19	22
7	2	13	46	10	2	19	34
7	3	13	58	10	3	19	46
7	4	14	17	10	4	19	56
7	5	14	20	10	5	20	8
7	6	14	32	10	6	20	18
7	7	14	44	10	7	20	32
7	8	14	56	10	8	20	44
7	9	15	6	10	9	20	56
8	0	15	18	11	0	21	6
8	1	15	30	11	1	21	18
8	2	15	42	11	2	21	31
8	3	15	54	11	3	21	42
8	4	16	4	11	4	21	54
8	5	16	16	11	5	22	4
8	6	16	28	11	6	22	16
8	7	16	40	11	7	22	28
8	8	16	52	11	8	22	43
8	9	17	2	11	9	22	52

Sehne.		Winkel.		Sehne.		Winkel.	
Fuß	Zoll	Grad	Min.	Fuß	Zoll	Grad	Min.
12	0	23	4	15	0	28	56
12	1	23	16	15	1	29	8
12	2	23	28	15	2	29	20
12	3	23	38	15	3	29	32
12	4	23	50	15	4	29	44
12	5	24	2	15	5	29	56
12	6	24	14	15	6	30	8
12	7	24	26	15	7	30	20
12	8	24	38	15	8	30	32
12	9	24	48	15	9	30	44
13	0	25	0	16	0	30	56
13	1	25	12	16	1	31	6
13	2	25	24	16	2	31	22
13	3	25	36	16	3	31	30
13	4	25	48	16	4	31	42
13	5	26	0	16	5	31	54
13	6	26	12	16	6	32	6
13	7	26	22	16	7	32	18
13	8	26	34	16	8	32	30
13	9	26	46	16	9	32	42
14	0	26	58	17	0	32	54
14	1	27	10	17	1	33	6
14	2	27	22	17	2	33	18
14	3	27	34	17	3	33	30
14	4	27	44	17	4	33	42
14	5	27	58	17	5	33	54
14	6	28	10	17	6	34	6
14	7	28	20	17	7	34	18
14	8	28	32	17	8	34	30
14	9	28	44	17	9	34	42

Sehne.		Winkel.		Sehne.		Winkel.	
Fuß	Zoll	Grad	Min.	Fuß	Zoll	Grad	Min.
18	0	34	54	21	0	40	58
18	1	35	6	21	1	41	10
18	2	35	20	21	2	41	22
18	3	35	30	21	3	41	34
18	4	35	42	21	4	41	46
18	5	35	54	21	5	41	58
18	6	36	6	21	6	42	14
18	7	36	18	21	7	42	24
18	8	36	30	21	8	42	36
18	9	36	42	21	9	42	48
19	0	36	54	22	0	43	3
19	1	37	6	22	1	43	12
19	2	37	18	22	2	43	25
19	3	37	30	22	3	43	38
19	4	37	44	22	4	43	50
19	5	37	54	22	5	44	0
19	6	38	8	22	6	44	14
19	7	38	20	22	7	44	26
19	8	38	32	22	8	44	40
19	9	38	44	22	9	44	52
20	0	38	56	23	0	45	4
20	1	39	8	23	1	45	16
20	2	39	20	23	2	45	24
20	3	39	32	23	3	45	42
20	4	39	44	23	4	45	54
20	5	39	56	23	5	46	6
20	6	40	10	23	6	46	18
20	7	40	20	23	7	46	30
20	8	40	34	23	8	46	44
20	9	40	46	23	9	46	54

Sehne.		Winkel.		Sehne.		Winkel.	
Fuß	Zoll	Grad	Min.	Fuß	Zoll	Grad	Min.
24	0	47	8	27	0	53	28
24	1	47	20	27	1	53	42
24	2	47	34	27	2	53	54
24	3	47	46	27	3	54	6
24	4	47	58	27	4	54	20
24	5	48	12	27	5	54	32
24	6	48	24	27	6	54	46
24	7	48	36	27	7	54	58
24	8	48	48	27	8	55	12
24	9	49	2	27	9	55	24
25	0	49	14	28	0	55	38
25	1	49	26	28	1	55	50
25	2	49	40	28	2	56	4
25	3	49	52	28	3	56	16
25	4	50	4	28	4	56	34
25	5	50	18	28	5	56	42
25	6	50	30	28	6	56	56
25	7	50	42	28	7	57	8
25	8	50	56	28	8	57	22
25	9	51	8	28	9	57	34
26	0	51	20	29	0	57	48
26	1	51	34	29	1	58	0
26	2	51	46	29	2	58	14
26	3	51	58	29	3	58	26
26	4	52	12	29	4	58	40
26	5	52	24	29	5	58	54
26	6	52	38	29	6	59	6
26	7	52	50	29	7	59	20
26	8	53	12	29	8	59	32
26	9	53	16	29	9	59	46

Sehne.		Winkel.		Sehne.		Winkel.	
Fuß	Zoll	Grad	Min.	Fuß	Zoll	Grad	Min.
30	0	60	0	33	0	66	44
30	1	60	14	33	1	66	56
30	2	60	24	33	2	67	10
30	3	60	38	33	3	67	24
30	4	60	52	33	4	67	38
30	5	61	6	33	5	67	52
30	6	61	18	33	6	68	6
30	7	61	32	33	7	68	20
30	8	61	46	33	8	68	34
30	9	61	58	33	9	68	48
31	0	62	12	34	0	69	2
31	1	62	26	34	1	69	16
31	2	62	40	34	2	69	30
31	3	62	52	34	3	69	42
31	4	63	4	34	4	69	58
31	5	63	20	34	5	70	10
31	6	63	32	34	6	70	26
31	7	63	46	34	7	70	40
31	8	64	0	34	8	70	54
31	9	64	14	34	9	71	8
32	0	64	28	35	0	71	22
32	1	64	40	35	1	71	36
32	2	64	54	35	2	71	50
32	3	65	8	35	3	72	4
32	4	65	22	35	4	72	18
32	5	65	34	35	5	72	32
32	6	65	48	35	6	72	46
32	7	66	2	35	7	73	0
32	8	66	16	35	8	73	16
32	9	66	30	35	9	73	30

Sehne.		Winkel.		Sehne.		Winkel.	
Fuß	Zoll	Grad	Min.	Fuß	Zoll	Grad	Min.
36	0	73	44	39	0	81	4
36	1	73	58	39	1	81	20
36	2	74	12	39	2	81	34
36	3	74	26	39	3	81	50
36	4	74	42	39	4	82	6
36	5	74	56	39	5	82	20
36	6	75	10	39	6	82	36
36	7	75	24	39	7	82	50
36	8	75	38	39	8	83	6
36	9	75	54	39	9	83	20
37	0	76	8	40	0	83	36
37	1	76	22	40	1	83	52
27	2	76	38	40	2	84	8
37	3	76	52	40	3	84	22
37	4	77	8	40	4	84	38
37	5	77	20	40	5	84	54
37	6	77	36	40	6	85	10
37	7	77	50	40	7	85	24
37	8	78	6	40	8	85	40
37	9	78	20	40	9	85	56
38	0	78	34	41	0	86	12
38	1	78	50	41	1	86	28
38	2	79	2	41	2	86	44
38	3	79	20	41	3	86	58
38	4	79	34	41	4	87	16
38	5	79	48	41	5	87	30
38	6	80	4	41	6	87	46
38	7	80	18	41	7	88	0
38	8	80	34	41	8	88	20
38	9	80	48	41	9	88	34

Sehne.		Winkel.		Sehne.		Winkel.	
Fuß	Zoll	Grad	Min.	Fuß	Zoll	Grad	Min.
42	0	88	50	45	0	97	10
42	1	89	6	45	1	97	28
42	2	89	24	45	2	97	44
42	3	89	38	45	3	98	2
42	4	89	54	45	4	98	24
42	5	90	10	45	5	98	38
42	6	90	28	45	6	98	56
42	7	90	44	45	7	99	12
42	8	90	58	45	8	99	34
42	9	91	16	45	9	99	48
43	0	91	36	46	0	100	6
43	1	91	50	46	1	100	24
43	2	92	6	46	2	100	42
43	3	92	22	46	3	101	0
43	4	92	40	46	4	101	18
43	5	92	56	46	5	101	36
43	6	93	12	46	6	101	58
43	7	93	28	46	7	102	12
43	8	93	46	46	8	102	30
43	9	94	2	46	9	102	48
44	0	94	20	47	0	103	8
44	1	94	36	47	1	103	26
44	2	94	54	47	2	103	44
44	3	95	10	47	3	104	2
44	4	95	28	47	4	104	22
44	5	95	54	47	5	104	40
44	9	96	2	47	6	105	0
44	7	96	18	47	7	105	18
44	8	96	32	47	8	105	46
44	9	96	46	47	9	105	56

Sehne.		Winkel.		Sehne.		Winkel.	
Fuß	Zoll	Grad	Min.	Fuß	Zoll	Grad	Min.
48	0	106	14	51	0	116	26
48	1	106	34	51	1	116	46
48	2	106	54	51	2	116	58
48	3	107	12	51	3	117	30
48	4	107	32	51	4	117	54
48	5	107	52	51	5	118	14
48	6	108	10	51	6	118	38
48	7	108	30	51	7	118	58
48	8	108	50	51	8	119	22
48	9	109	10	51	9	119	44
49	0	109	30	52	0	120	6
49	1	109	50	52	1	120	30
49	2	110	10	52	2	120	56
49	3	110	30	52	3	121	18
49	4	110	50	52	4	121	42
49	5	111	10	52	5	122	4
49	6	111	30	52	6	122	28
49	7	111	50	52	7	122	52
49	8	112	12	52	8	123	16
49	9	112	32	52	9	123	40
50	0	112	52	53	0	124	16
50	1	113	12	53	1	124	30
50	2	113	34	53	2	124	54
50	3	113	54	53	3	125	18
50	4	114	16	53	4	125	49
50	5	114	36	53	5	126	10
50	6	115	0	53	6	126	34
30	7	115	20	53	7	127	0
50	8	115	42	53	8	127	26
50	9	116	2	53	9	127	52

Sehne.		Winkel.		Sehne.		Winkel.	
Fuß	Zoll	Grad	Min.	Fuß	Zoll	Grad	Min.
54	0	128	18	57	0	143	36
54	1	128	44	57	1	144	12
54	2	129	12	57	2	144	52
54	3	129	38	57	3	145	28
54	4	130	6	57	4	146	8
54	5	130	32	57	5	146	48
54	6	131	4	57	6	147	28
54	7	131	28	57	7	148	10
54	8	131	56	57	8	148	52
54	9	132	24	57	9	149	34
55	0	132	52	58	0	150	20
55	1	133	22	58	1	151	4
55	2	133	50	58	2	151	52
55	3	134	20	58	3	152	38
55	4	134	50	58	4	153	28
55	5	135	20	58	5	154	18
55	6	135	50	58	6	155	12
55	7	136	20	58	7	156	6
55	8	136	52	58	8	157	2
55	9	137	22	58	9	158	0
56	0	137	54	59	0	158	58
56	1	138	26	59	1	160	6
56	2	139	0	59	2	161	14
56	3	139	32	59	3	162	28
56	4	140	6	59	4	163	56
56	5	140	40	59	5	165	10
56	6	141	14	59	6	166	44
56	7	141	48	59	7	168	32
56	8	142	24	59	8	170	40
56	9	143	0	59	9	173	22

Zweyter Anhang.

Anweisung, die Gegenstände bey Auftragung einer Gegend zu zeichnen.

Man drückt die Gegenstände durch, bald zärtere, bald stärkere Striche, mit der Feder gemacht, aus. Die vorzüglichsten und größten Gegenstände sind Berge nach verschiedenen Höhen und Umkreisen. Man pflegt selbige manchmal mit dem Pinsel zu tuschen und fein zu verwaschen; alsdenn aber mit der Feder darüber zu stricheln. Dieses nennt man unterlegen, und erfordert nicht so viel Zeit; aber es wird nicht so fein. Wenn große Berge in einer Linie fortlaufen: so pflegt man manchmal, der Kürze wegen, mit stumpfen, oder breitgedrückten und mit Tusche gefüllten Pinsel selbige zu stricheln, und mit der Feder nachzuhelfen. Dieses, so wie das Auszeichnen mit der Feder, erfordert Uebung, um Fertigkeit zu erlangen. Steilere und höhere Berge werden auch schwärzer schattirt. Der Fuß eines Berges und ein Thal werden so ausgedrückt, daß die Striche sich verlieren, und zwar nach und nach immer unmerklicher. Die stärkste Höhe wird mit Querstrichen ausgedruckt, um den Schatten vorzustellen.

F. 1. stellet einen Sandhügel, desgleichen einen niedrigen und runden Berg vor. Die Striche

Striche richten sich nach der steilen oder flachen Abdachung der Berge, dergestalt, daß je steiler der Berg ist, die Striche dichter und stärker, je flächer er aber ist, feiner und weitläuftiger die Striche müssen gehalten werden.

So stellet Fig. 2. einen steilen, und

Fig. 3. einen flachen Berg vor.

Fig. 4. Zeiget, wie die Absätze bey den Bergen angegeben werden.

Fig. 5. zeiget die ausgewaschenen Hohlungen und Schlüchte der Berge.

Fig. 6. den Ausdruck des Felsens.

Fig. 7. Einen Grund, wie er von gegenüberstehenden Gebürgen gebildet wird.

Fig. 8. Einen Erdrand.

Fig. 9. Einen hohlen Weg.

Fig. 10. Zeiget den Ausdruck des Sandes.

Fig. 11. Sand- und Lehmgruben.

Fig. 12. Stellet Buschholz, und

Fig. 13. Nadelholz vor.

Fig. 14. Ist Buschwerk und Gestrippe.

Fig. 15. Stellet Lehden und unbewachsene Gegenden vor.

Fig. 16. Zeiget Sumpf und Morast, aber

Fig. 17. Wiesen.

Fig. 18. Stellet eine nasse Wiese vor.

Fig. 19. Ist ein ordinairer Weg,

Fig. 20. aber eine Post-Straße vorgestellt.

Fig. 21. Ist ein Fußweg.

Fig. 22. Stellet einen Damm vor.

Fig. 23. Einen Graben.

Fig. 24. Zeiget die Hecken um Dörfer.

Fig. 25. Sind Obst- und andere Gärten, mit Planken und Mauern umgeben, vorgestellt.

Fig. 26. Zeiget einen Weinberg, und

Fig. 27. Einen Kirchhof.

Fig. 28. Ist ein See oder Teich vorgestellt.

Fig. 29. Ist ein Bach gezeichnet.

Fig. 30. Stellet einen Fluß,

Fig. 31. aber einen Kanal vor. Der Pfeil im Flusse zeiget den Lauf desselben.

Fig. 32. Stellet eine Schiffbrücke,

Fig. 33. eine steinerne, und

Fig. 34. eine hölzerne Jochbrücke vor.

Fig. 35. Ist ein Fußsteig über einen Bach vorgestellt.

Fig. 36. Stellet eine Bach- oder Wasser-mühle vor.

Fig. 37. Stellet Inseln und Sandbänke vor.

Fig. 38. Ein Wehr, und

Fig. 39. eine Schleusse vor.

Fig. 40. Ist ein Dorf, und

Fig. 41. Eine Stadt mit Mauern und Vorstädten umgeben vorgestellet.

Fig. 42. Stellet eine Kirche vor.

Fig. 43. Stellet eine Windmühle, und

Fig. 44. ein Forsthaus vor.

Fig. 45. Zeiget eine Allee; und

Fig. 46. einen Wegweiser vor.

Fig. 47. Eine Warnungstafel.

Fig. 48. Zeiget eine Gerichtsstätte,

Fig. 49. aber die Lage oder Orientirung einer Gegend vor.

Hierbey ist noch zu merken, daß man sich manchmal einiger Farben bedient, um die Gegenstände zu unterscheiden; allein die Farben müssen ganz schwach aufgetragen werden, und das zu Bunte muß man vermeiden. Wege legt man denn bräunlich, Waldung mit Tusche schwarz an. Flüsse, Bäche, Moräste werden blaß mit Grünspan angelegt. Dieses Grün erhält man, wenn Grünspan mit Essig in heis-

ser Asche aufgelöst wird. Ebenen bleiben weiß. Mit Carmin zeichnet man die Häuser der Städte und Dörfer aus. Gummi gutti, mit Wasser aufgelöst und mit etwas Tusche versetzt, kann, wenn es gut vertrieben wird, zu Aeckern gebrauchet werden. Erdfarben können aus Tusche, Carmin, Gummi gutti, auch wohl aus etwas Grünspan, oder Berlinerblau bereitet werden. Will man nicht Farben zubereiten: so können die bekannten Farbentuschen gebraucht werden.

Tab. I.

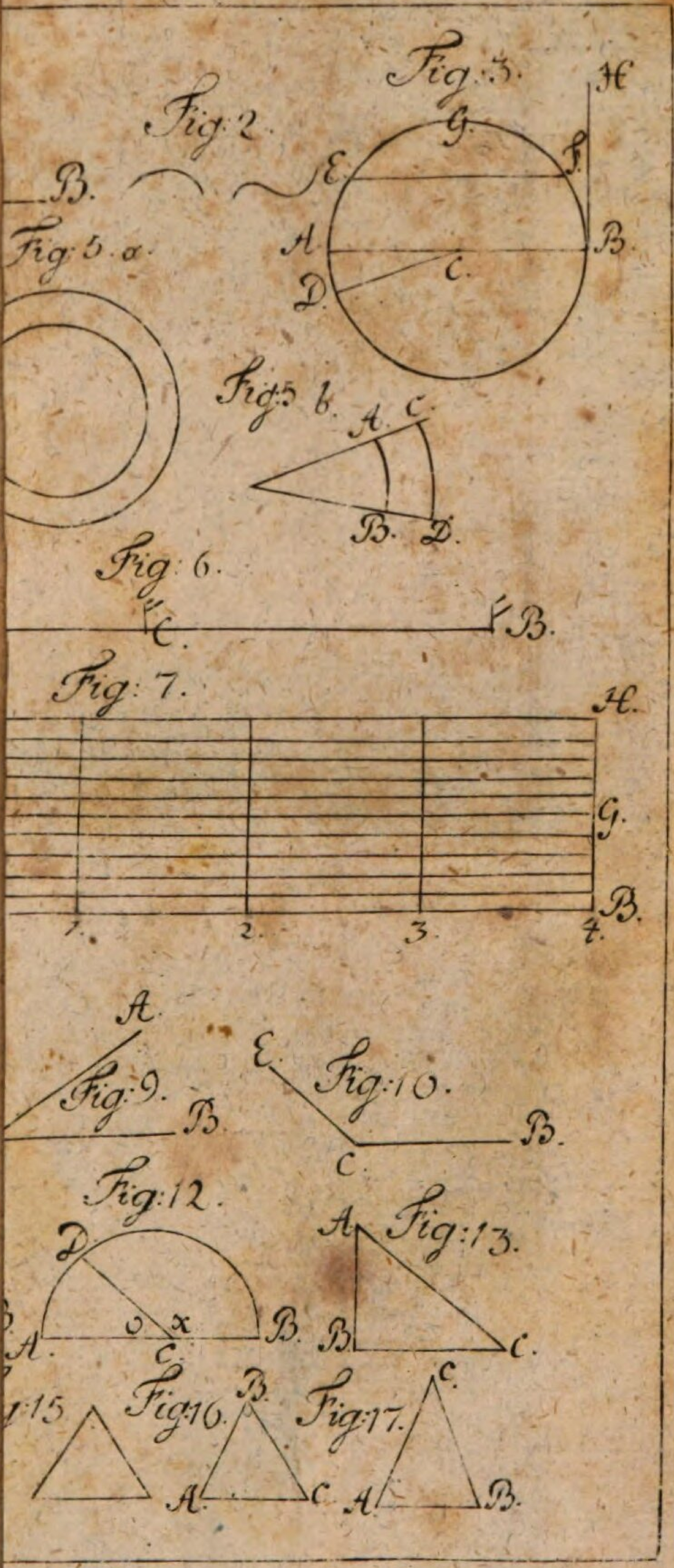


Fig: 2.
Fig: 3.
Fig: 5. a.
Fig: 5 b.
Fig: 6.
Fig: 7.
Fig: 9.
Fig: 10.
Fig: 12.
Fig: 13.
Fig: 16.
Fig: 17.

ser Asche aufgelöst wird. Ebenen bleiben weiß. Mit Carmin zeichnet man die Häuser der Städte und Dörfer aus. Gummi gutti, mit Wasser aufgelöst und mit etwas Tusche versetzt, kann, wenn es gut vertrieben wird, zu Aeckern gebrauchet werden. Erdfarben können aus Tusche, Carmin, Gummi gutti, auch wohl aus etwas Grünspan, oder Berlinerblau bereitet werden. Will man nicht Farben zubereiten: so können die bekannten Farbentuschen gebraucht werden.

Tab: I.

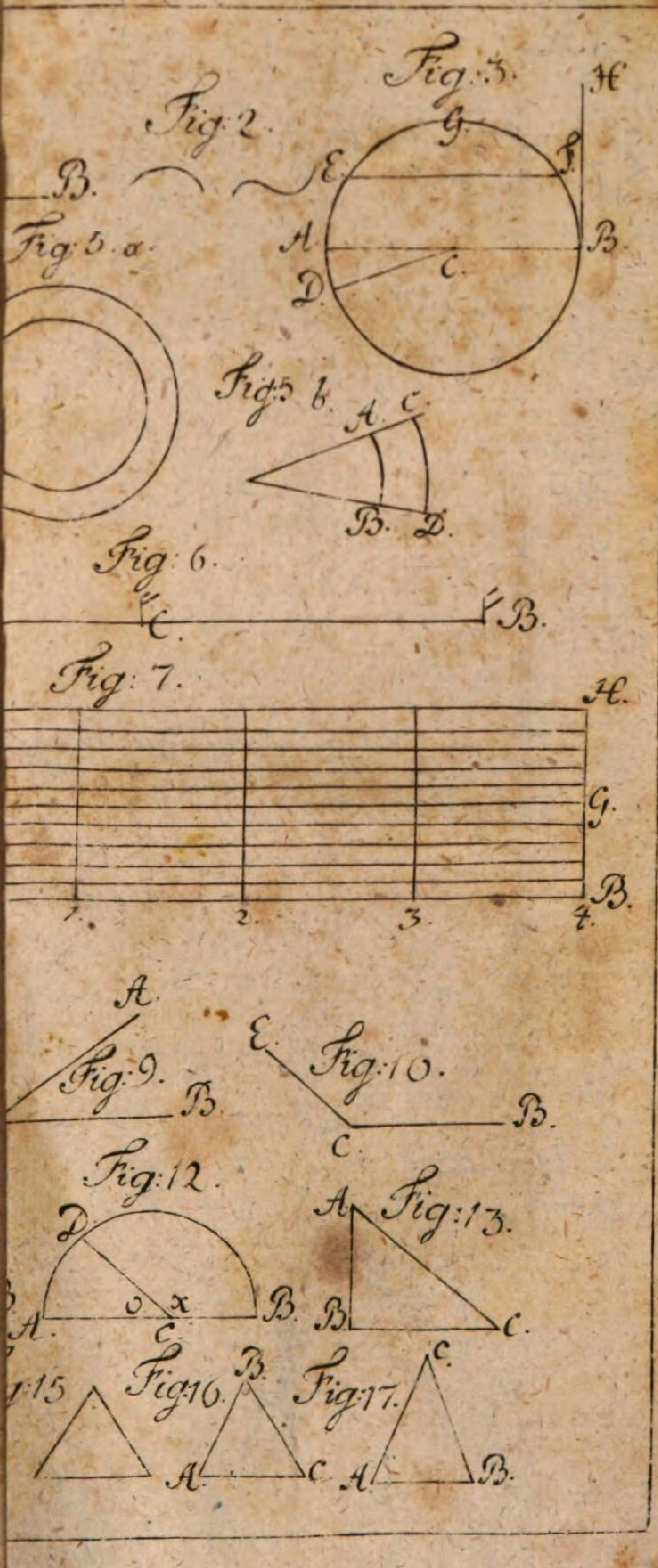


Fig: 2.
B.
Fig: 3.
H
G
F.
E.
A
B.
C.
D.
Fig: 5. a.
Fig: 5 b.
A.
C.
B.
D.
Fig: 6.
C.
B.
Fig: 7.
H.
G.
B.
1.
2.
3.
4.
A.
Fig: 9.
B.
E.
Fig: 10.
B.
C.
Fig: 12.
D.
o
x
B.
A.
C.
A.
Fig: 13.
B.
C.
:15
Fig: 16.
B.
A.
C.
Fig: 17.
C.
A.
B.

ſer Aſche aufgelöſt wird. Ebenen bleiben weiß. Mit Carmin zeichnet man die Häuſer der Städte und Dörfer aus. Gummi gutti, mit Waſſer aufgelöſt und mit etwas Tuſche verſetzt, kann, wenn es gut vertrieben wird, zu Aeckern gebrauchet werden. Erdfarben können aus Tuſche, Carmin, Gummi gutti, auch wohl aus etwas Grünſpan, oder Berlinerblau bereitet werden. Will man nicht Farben zubereiten: ſo können die bekannten Farbentuſchen gebraucht werden.

Tab. I.

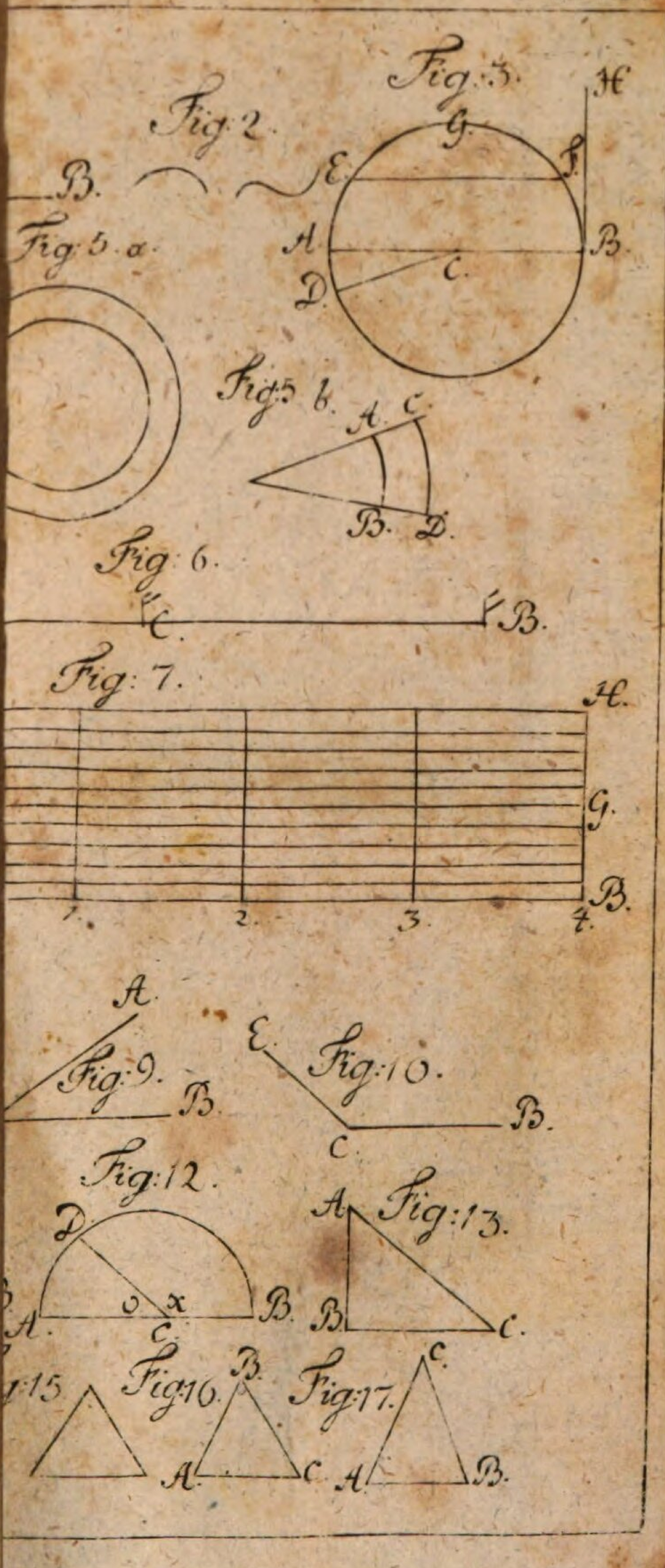


Fig. 2.
B.
Fig. 3.
H
G.
E.
F.
A
B.
C.
D.
Fig. 5. a.
Fig. 5. b.
A. C.
B. D.
Fig. 6.
C.
B.
Fig. 7.
H.
G.
B.
1. 2. 3. 4.
A.
Fig. 9.
B.
E.
Fig. 10.
B.
C.
Fig. 12.
D
o x
A.
C.
B.
A
Fig. 13.
B
C.
Fig. 15
Fig. 16.
B.
A.
C.
Fig. 17.
C.
A
B.

ser Asche aufgelöst wird. Ebenen bleiben weiß. Mit Carmin zeichnet man die Häuser der Städte und Dörfer aus. Gummi gutti, mit Wasser aufgelöst und mit etwas Tusche versetzt, kann, wenn es gut vertrieben wird, zu Aeckern gebrauchet werden. Erdfarben können aus Tusche, Carmin, Gummi gutti, auch wohl aus etwas Grünspan, oder Berlinerblau bereitet werden. Will man nicht Farben zubereiten: so können die bekannten Farbentuschen gebraucht werden.

Tab: I.

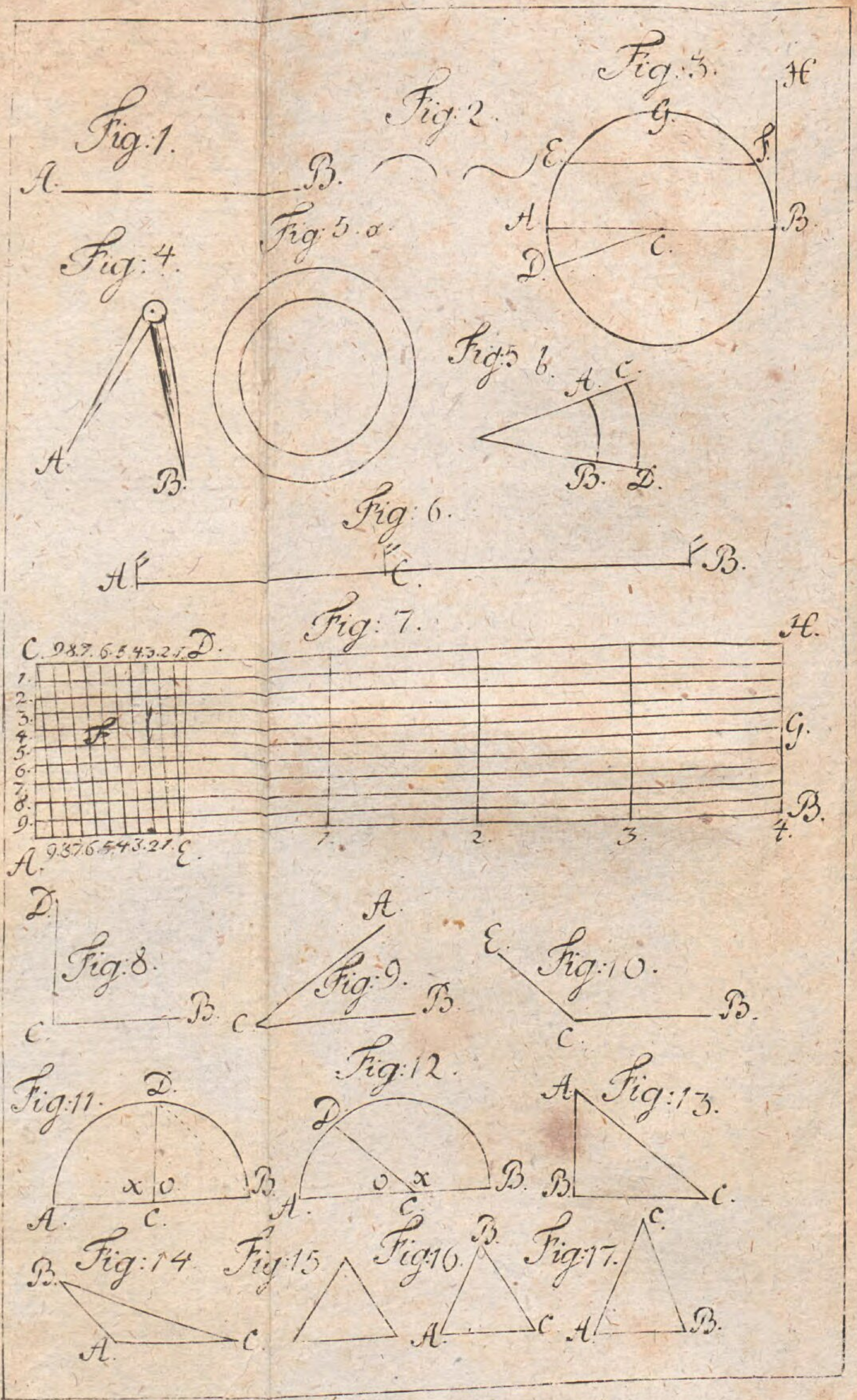


Fig: 1.
A. B.
Fig: 2.
Fig: 3.
H
G
E. F.
A B
C.
D.
Fig: 4.
A B.
Fig: 5. a
Fig: 5. b.
A. C.
B. D.
Fig: 6.
A C. B.
Fig: 7.
C. 9 8 7 6 5 4 3 2 1 D.
H.
F
G.
B.
1. 2. 3. 4.
A. 9 8 7 6 5 4 3 2 1 E.
D.
Fig: 8.
C. B.
A.
Fig: 9.
C B.
E.
Fig: 10.
C. B.
Fig: 11.
D.
x o
A. C. B.
Fig: 12.
D.
o x
A. C. B.
A.
Fig: 13.
B. C.
Fig: 14
B.
A. C.
Fig: 15
Fig: 16.
B.
A. C.
Fig: 17.
C.
A. B.

ser Asche aufgelöst wird. Ebenen bleiben weiß. Mit Carmin zeichnet man die Häuser der Städte und Dörfer aus. Gummi gutti, mit Wasser aufgelöst und mit etwas Tusche versetzt, kann, wenn es gut vertrieben wird, zu Aeckern gebrauchet werden. Erdfarben können aus Tusche, Carmin, Gummi gutti, auch wohl aus etwas Grünspan, oder Berlinerblau bereitet werden. Will man nicht Farben zubereiten: so können die bekannten Farbentuschen gebraucht werden.

Tab: I.

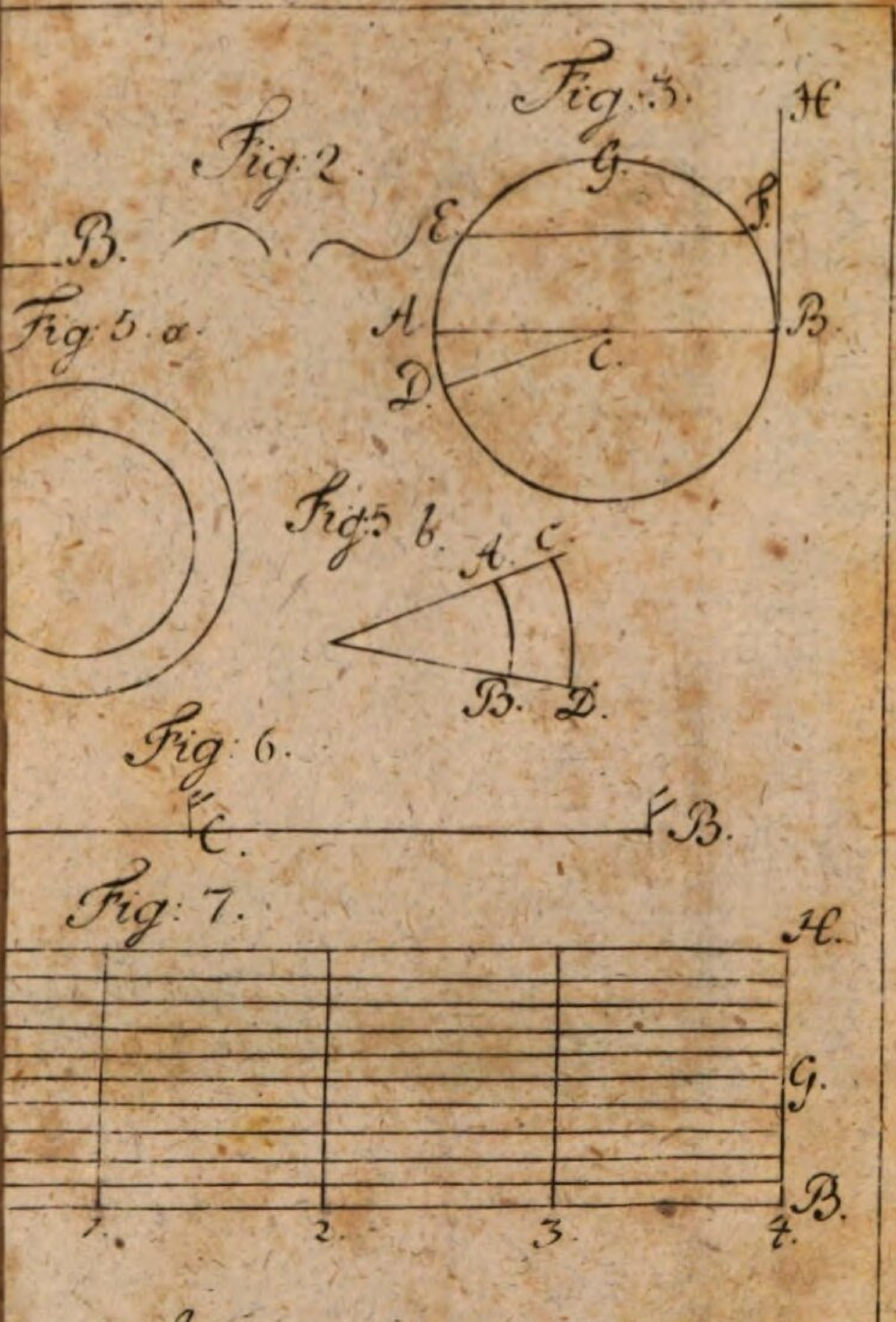
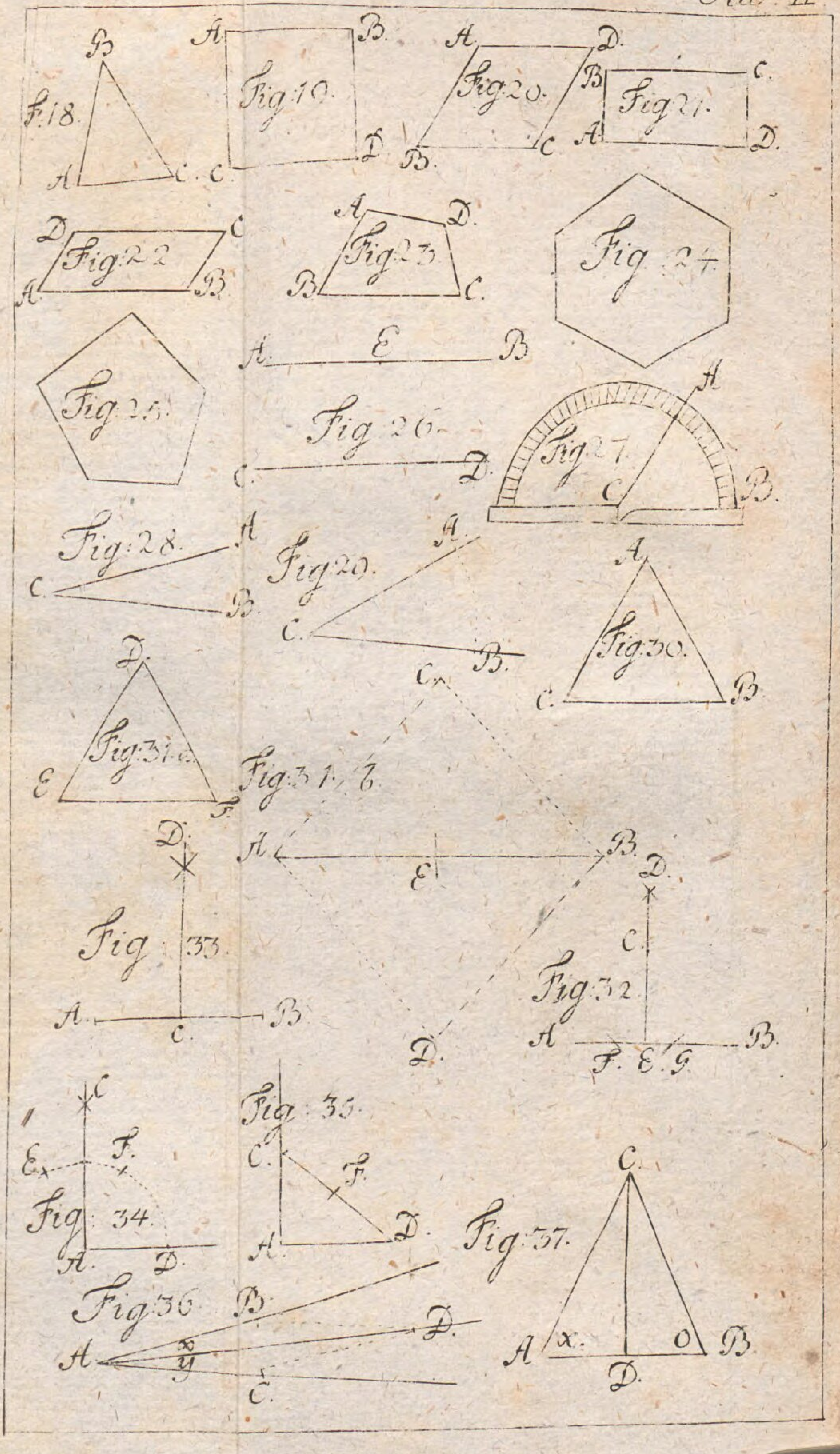


Fig: 2.
Fig: 3.
H
G
E
F
B.
A
B
C.
D.
Fig: 5. a.
Fig: 5 b.
A. C.
B. D.
Fig: 6.
C.
B.
Fig: 7.
H.
G.
B.
1.
2.
3.
4.
A.
Fig: 9.
B.
E.
Fig: 10.
B.
C.
Fig: 12.
D.
o
x
A.
C.
B.
A.
Fig: 13.
B.
C.
Fig: 15.
Fig: 16.
B.
A.
C.
Fig: 17.
C.
A.
B.

Tab: II


F.18.
Fig.19.
Fig.20.
Fig.21.
Fig.22
Fig.23.
Fig.24.
Fig.25.
Fig.26.
Fig.27.
Fig.28.
Fig.29.
Fig.30.
Fig.31.a.
Fig.31.b.
Fig.32
Fig.33.
Fig.34.
Fig.35.
Fig.36
Fig.37.

Tab: III.

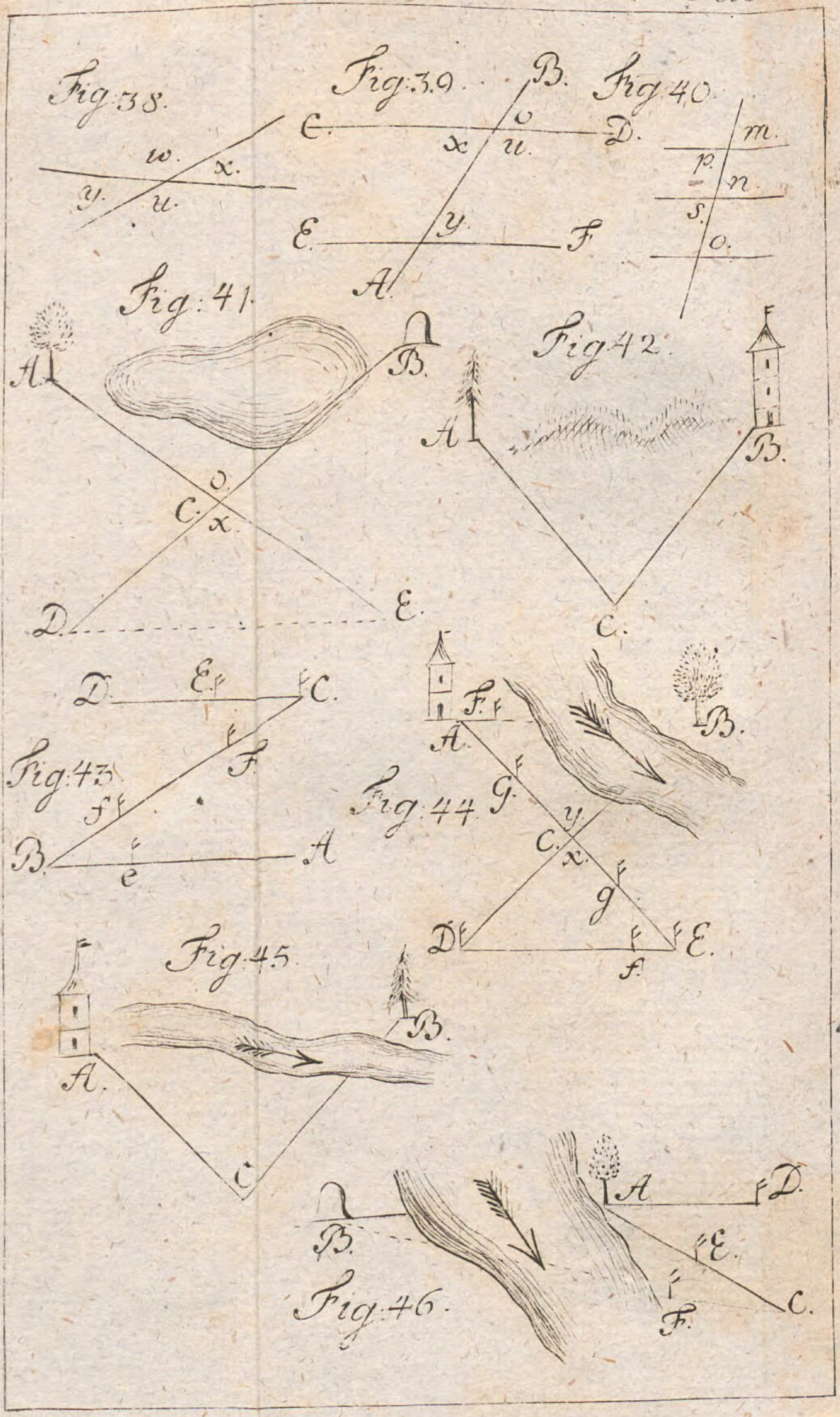


Fig: 38.
w. x. y. u.
Fig: 39.
B. C. D. o u. x. E. F. y. A.
Fig. 40.
m. p. n. s. o.
Fig: 41.
A. B. o. C. x. D. E.
Fig. 42.
A. B. C.
Fig: 43.
D. E. C. F. f. B. e. A.
Fig: 44.
F. A. B. G. y. C. x. g. D. E. f.
Fig: 45.
A. B. C.
Fig: 46.
A. D. B. E. F. C.

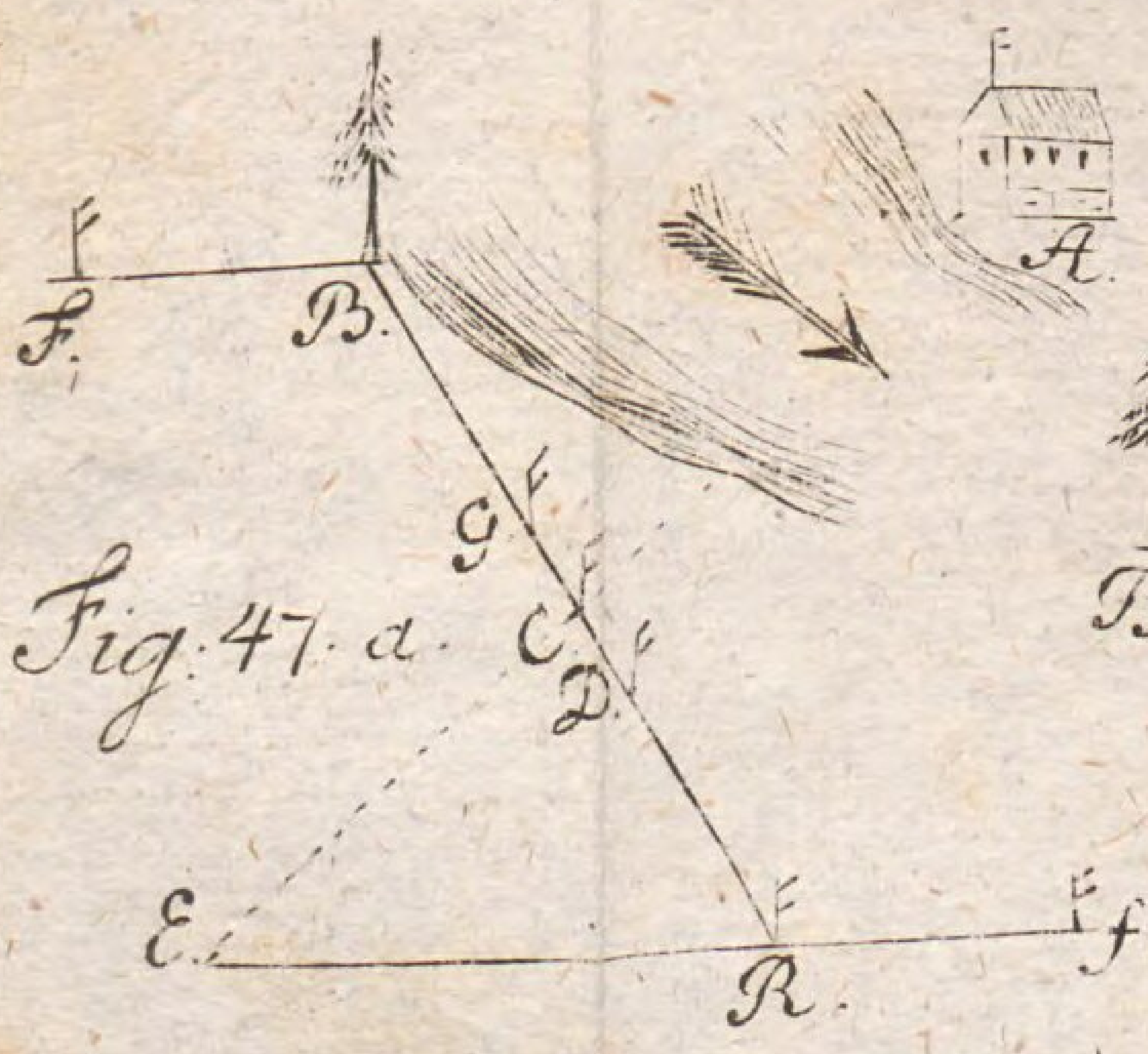


Fig. 47. a.

Fig. 48.

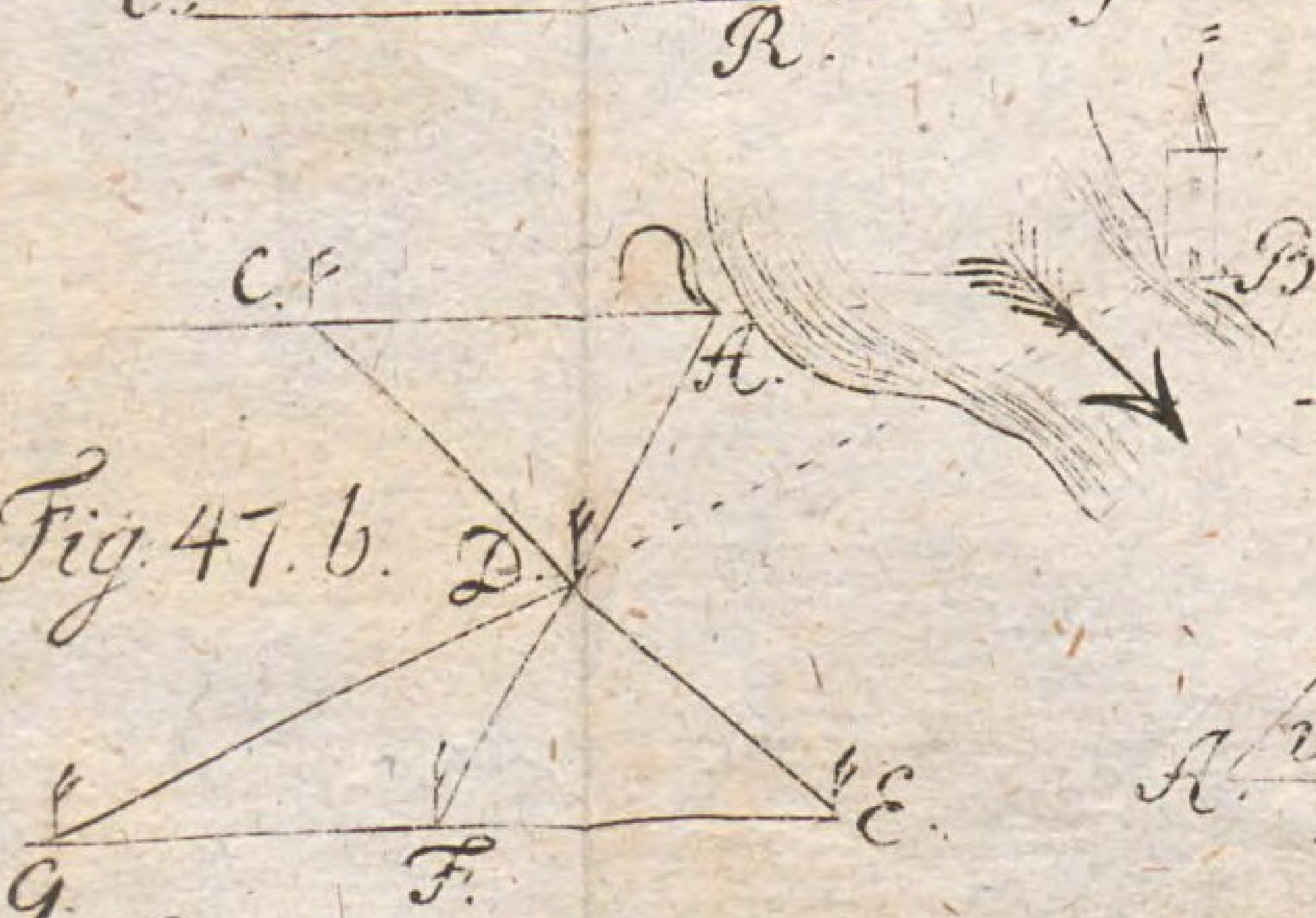


Fig. 47. b.

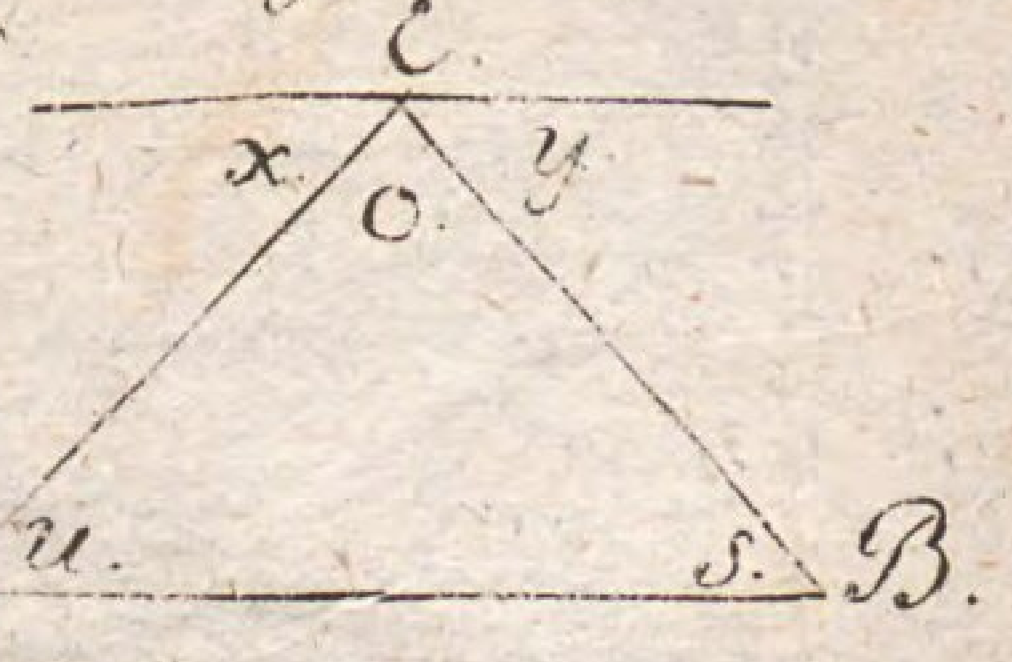


Fig. 49.

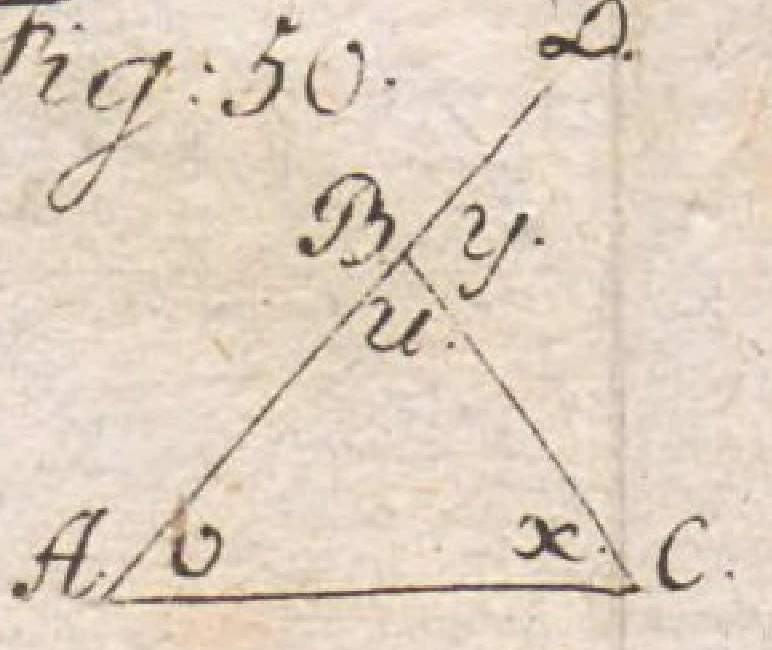


Fig. 50.

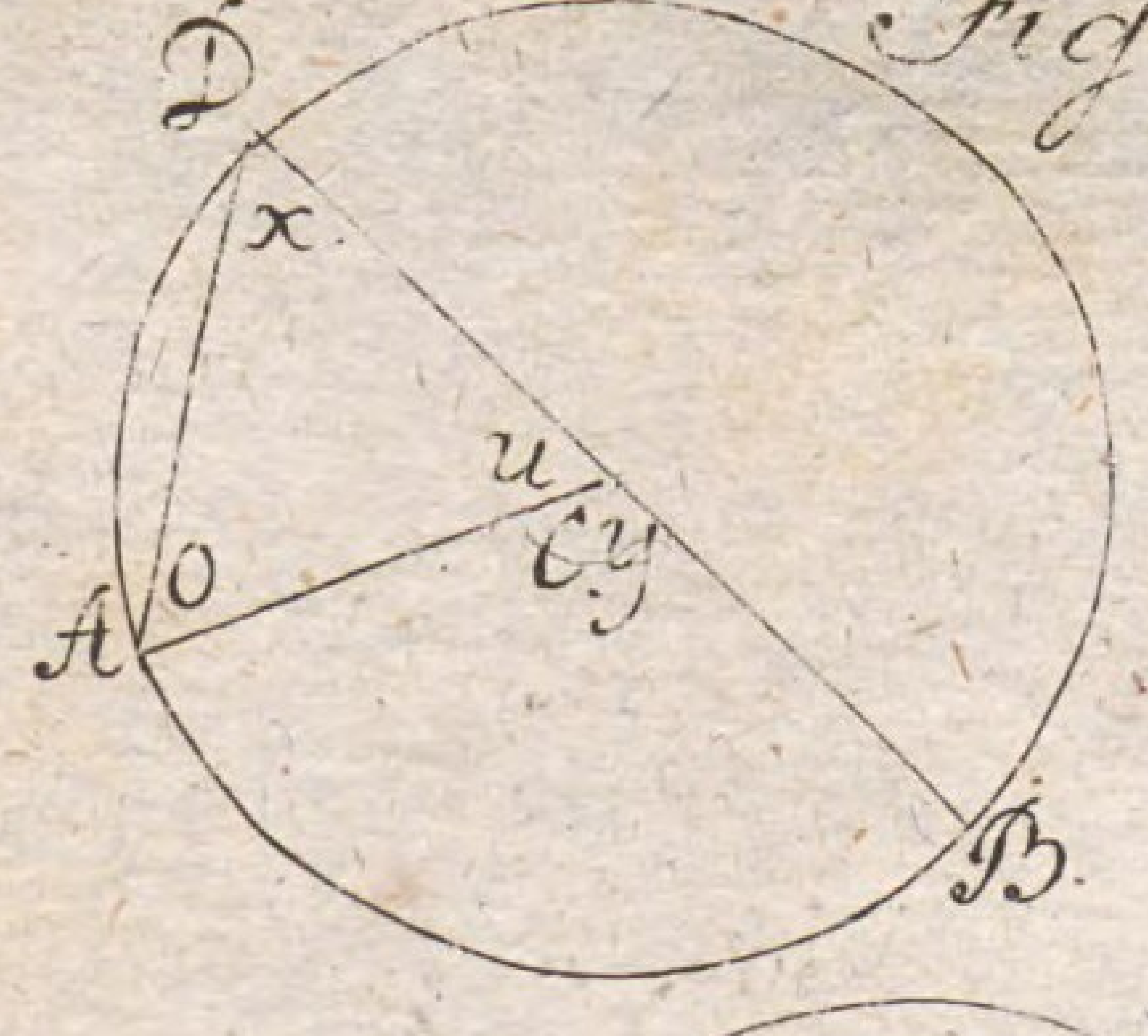


Fig. 51.

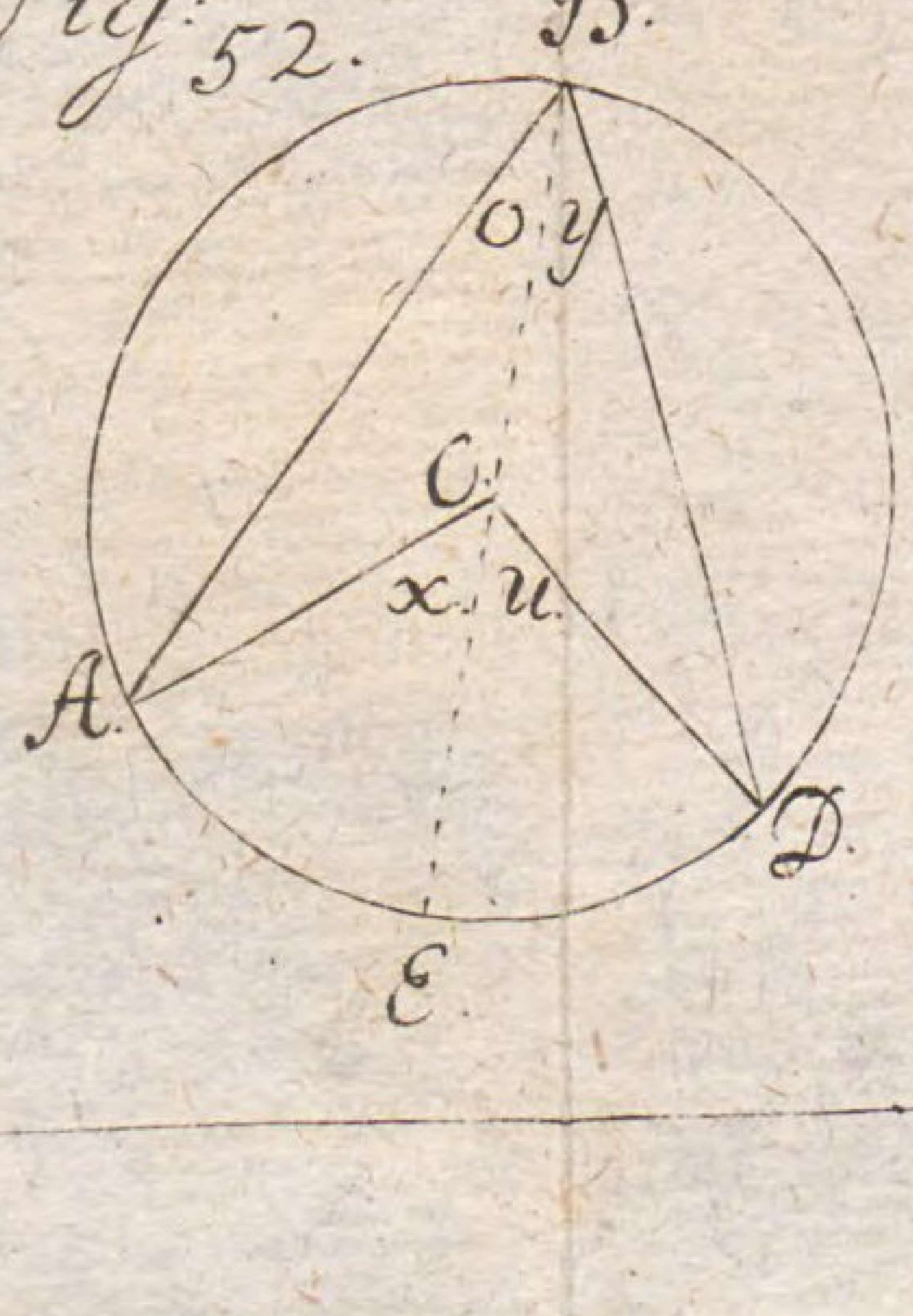


Fig. 52.

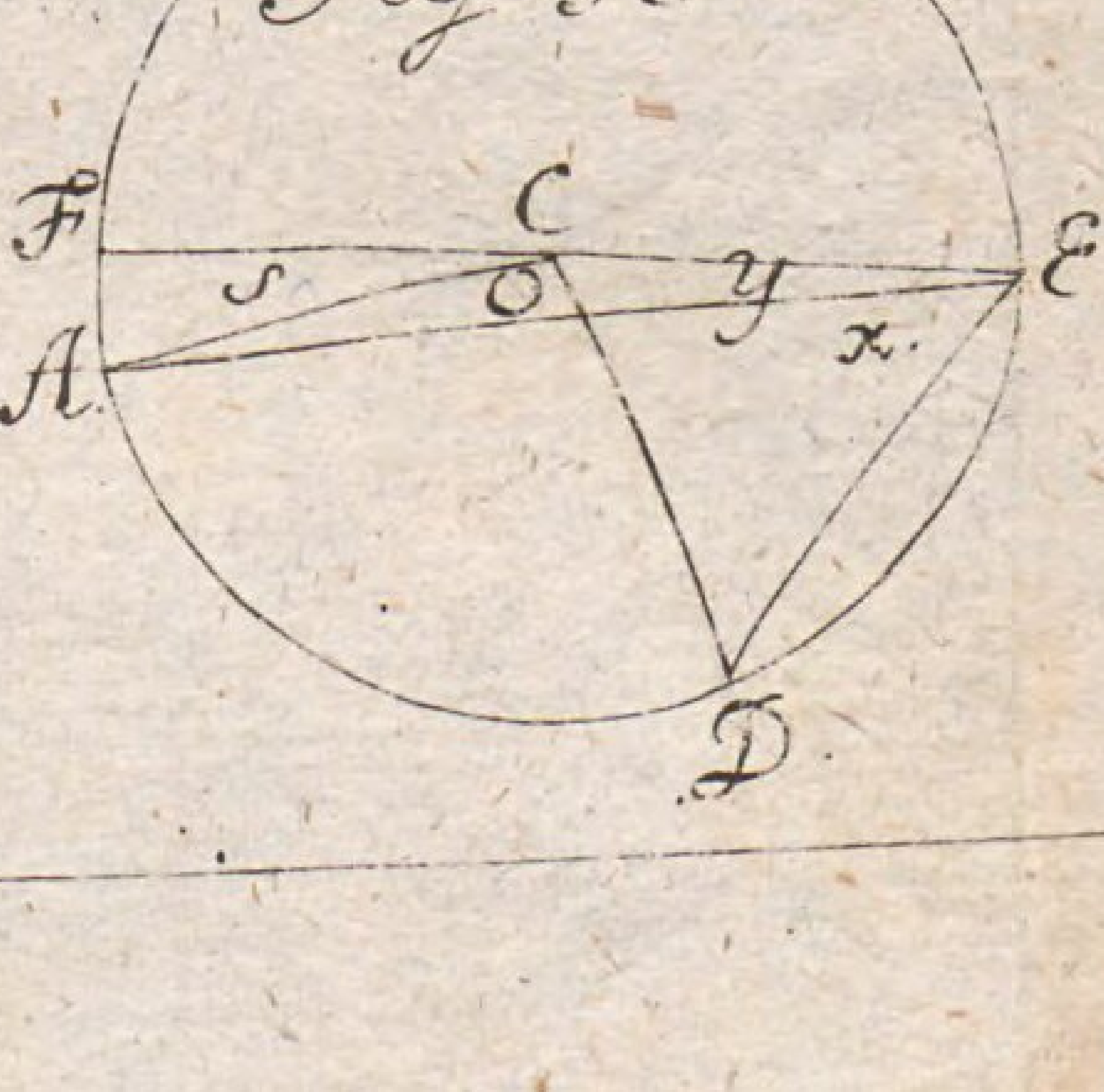


Fig. 53.

Tab: V.

Fig: 54.

Fig: 55.

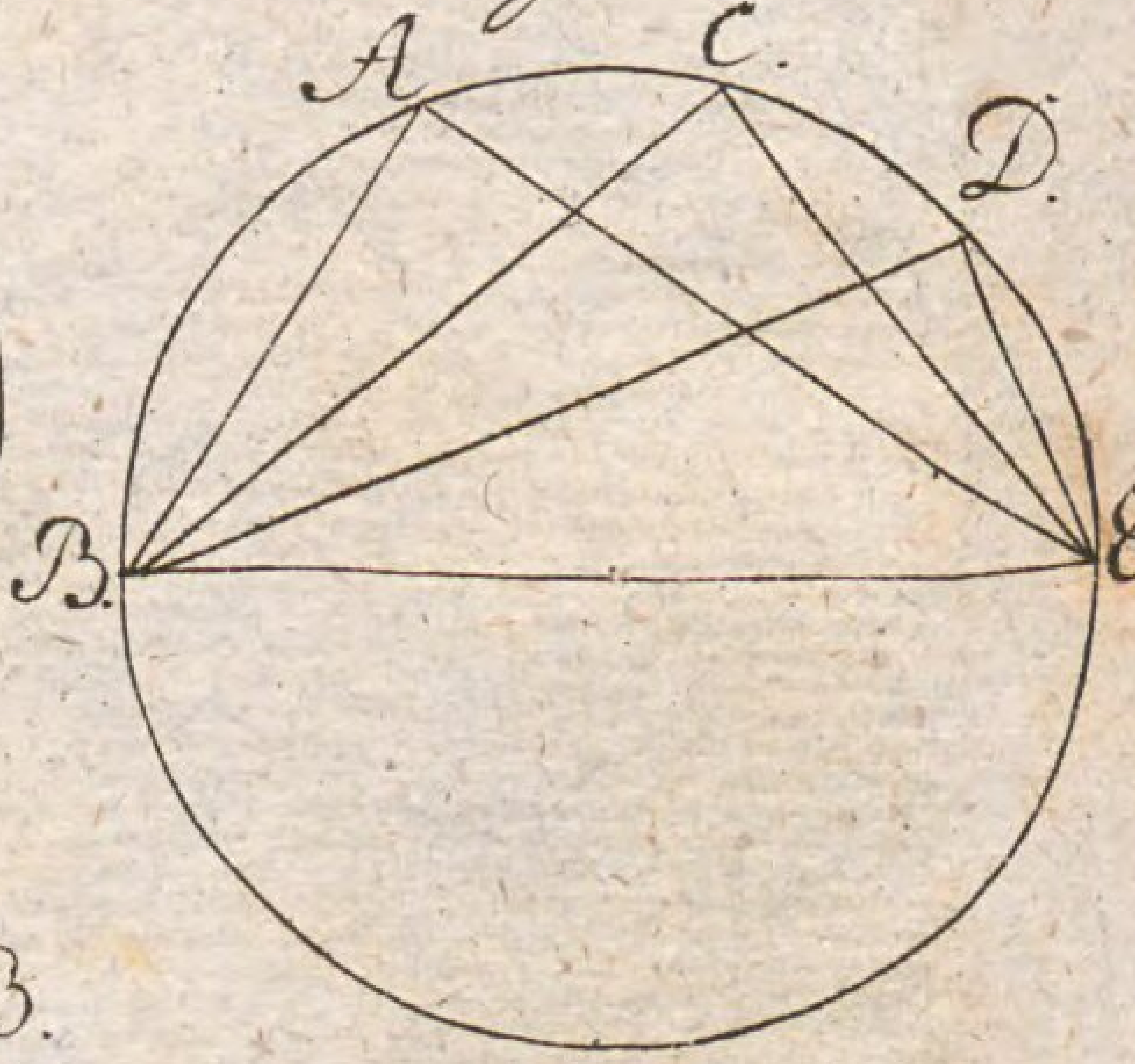


Fig: 56.

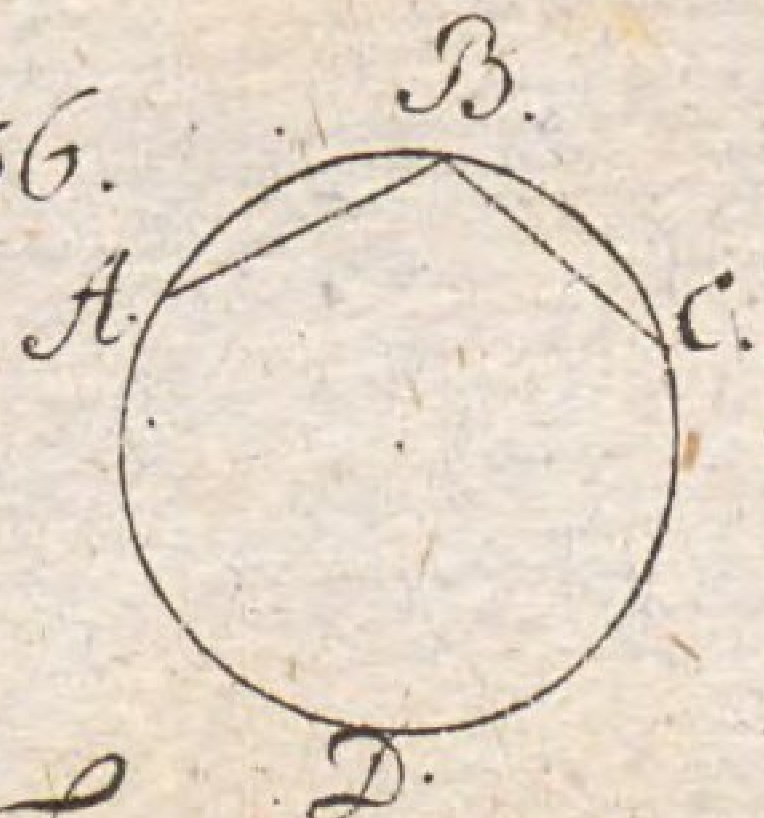


Fig: 57.

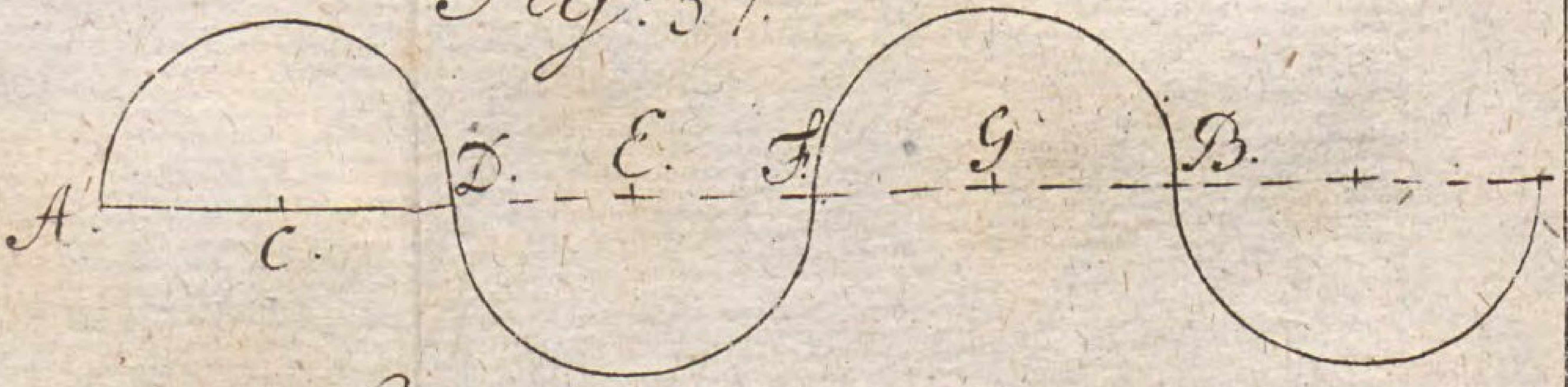


Fig: 58.

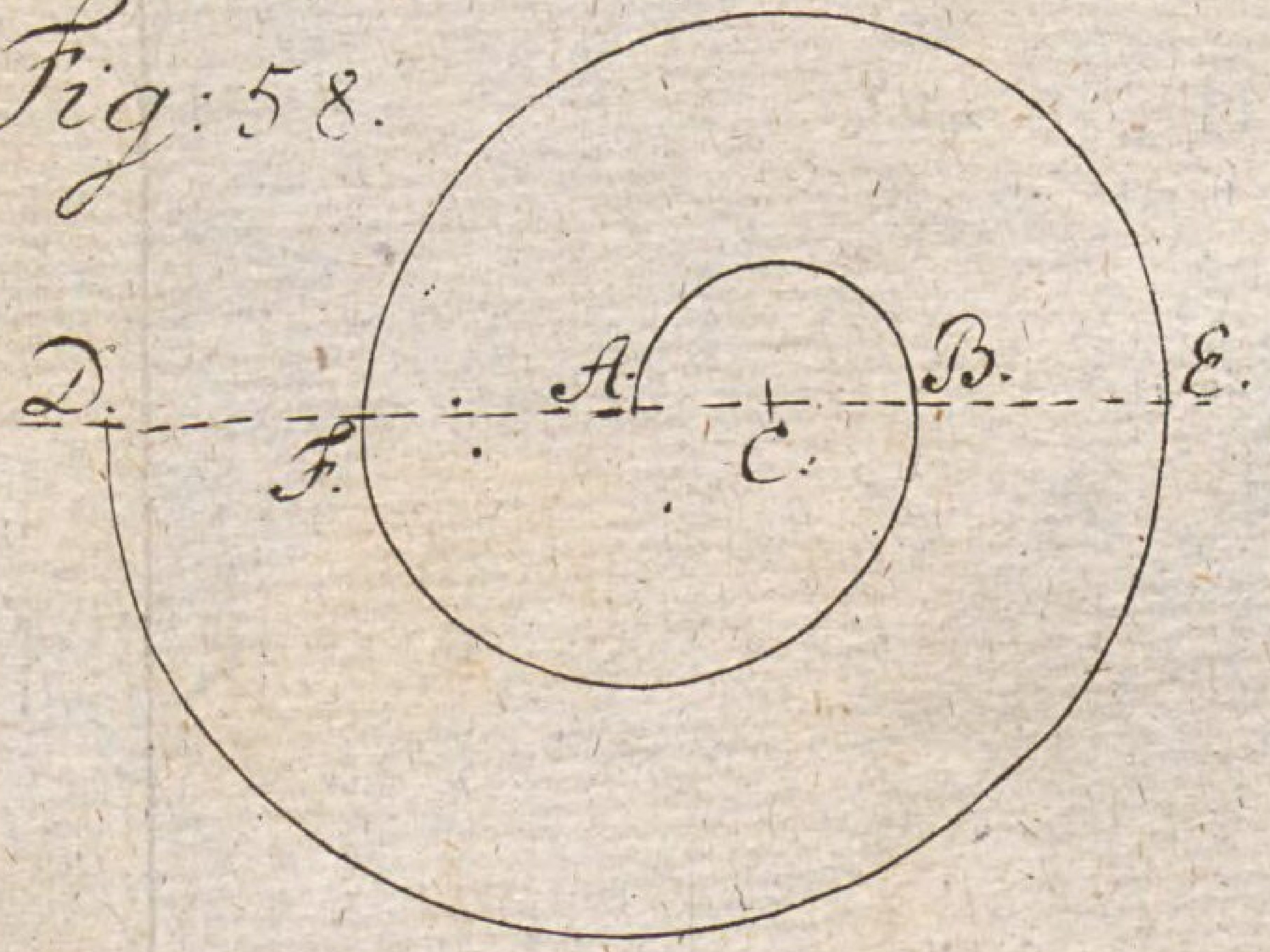


Fig: 59.

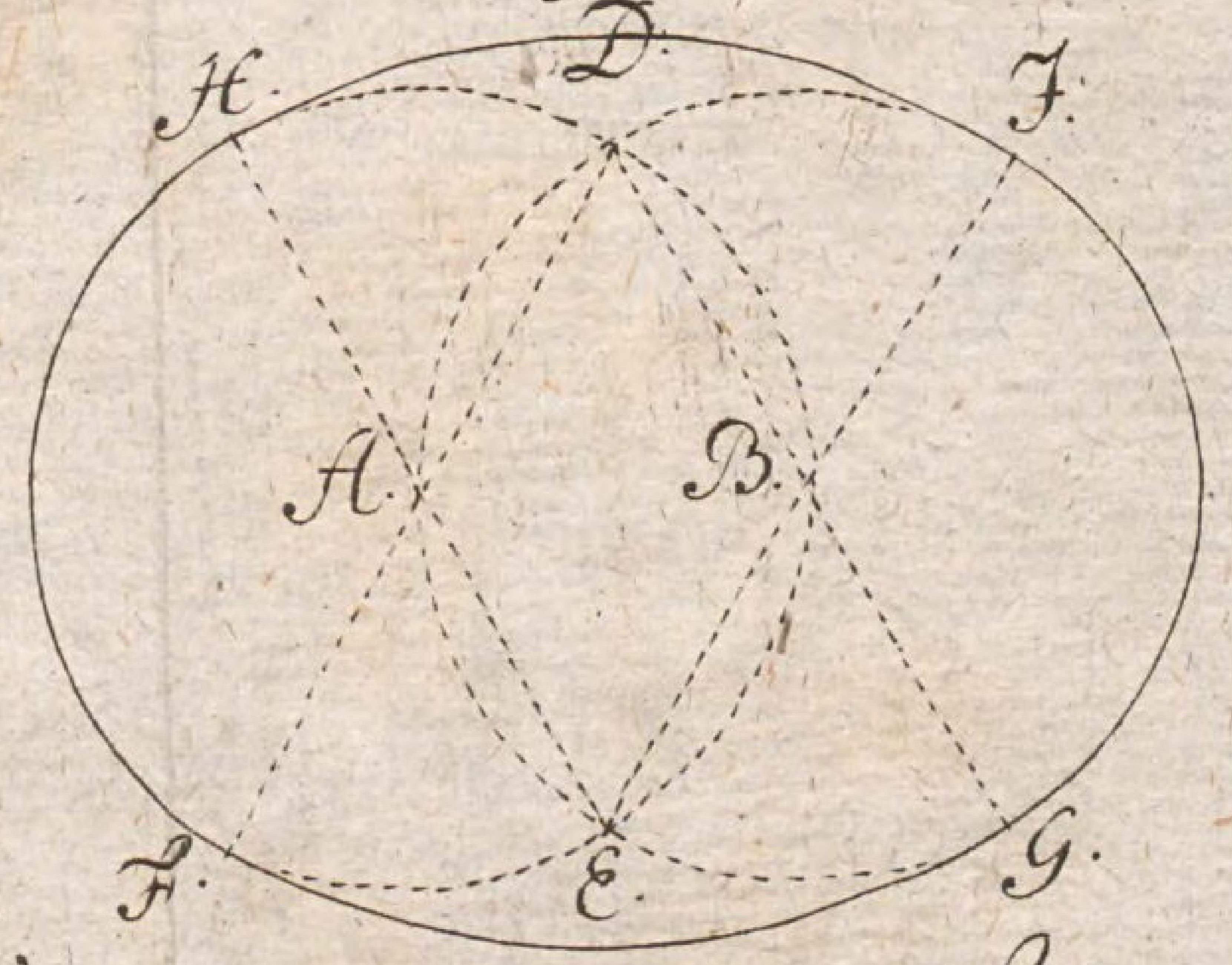


Fig: 60.

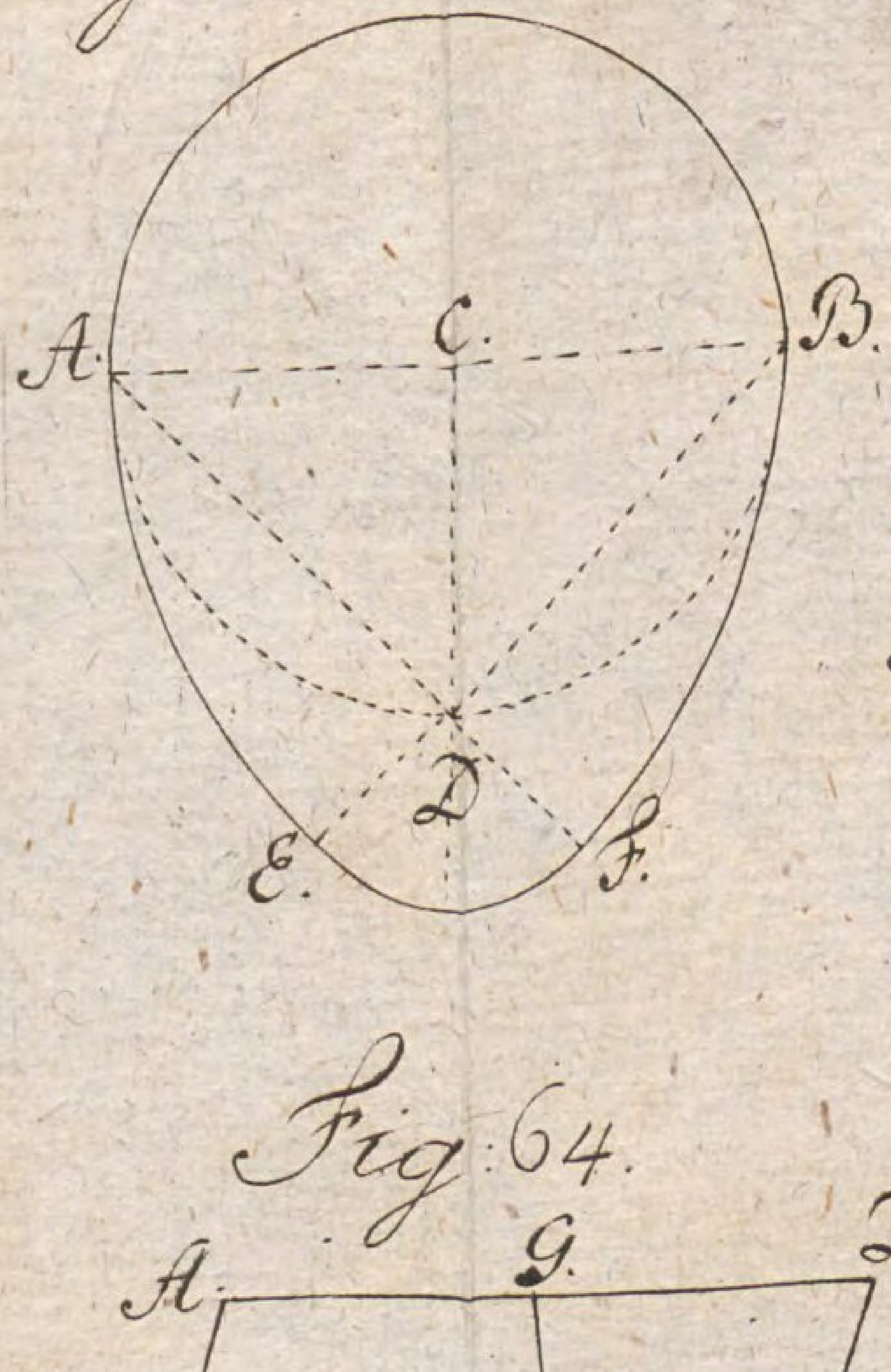


Fig: 61.

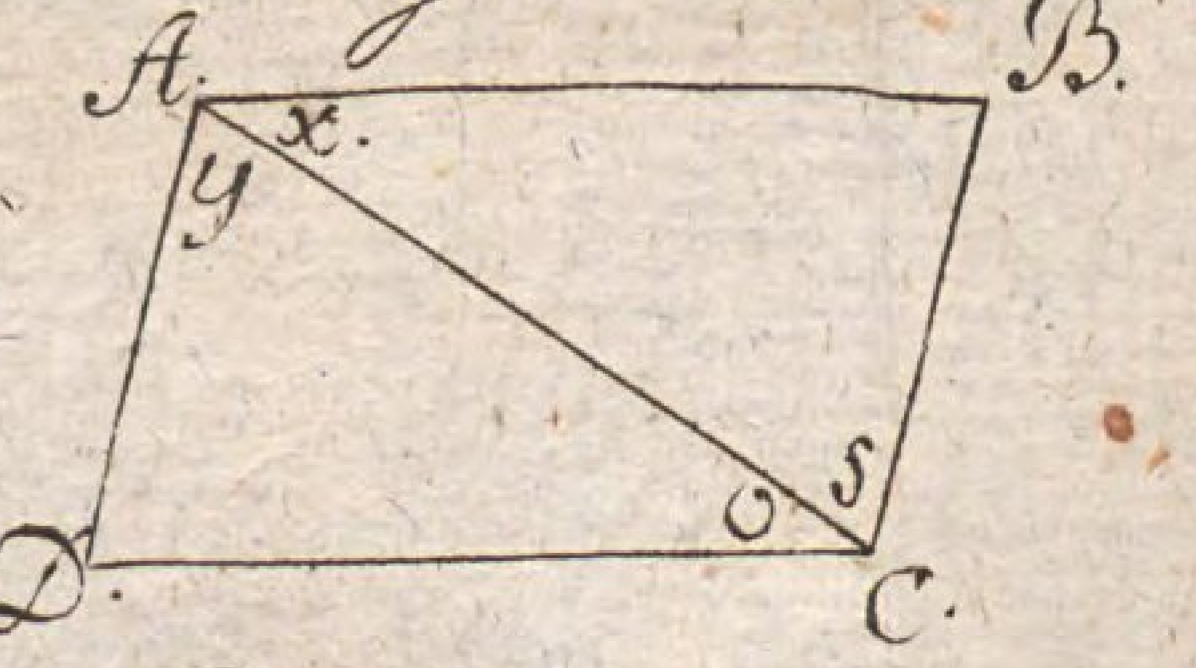


Fig: 62.

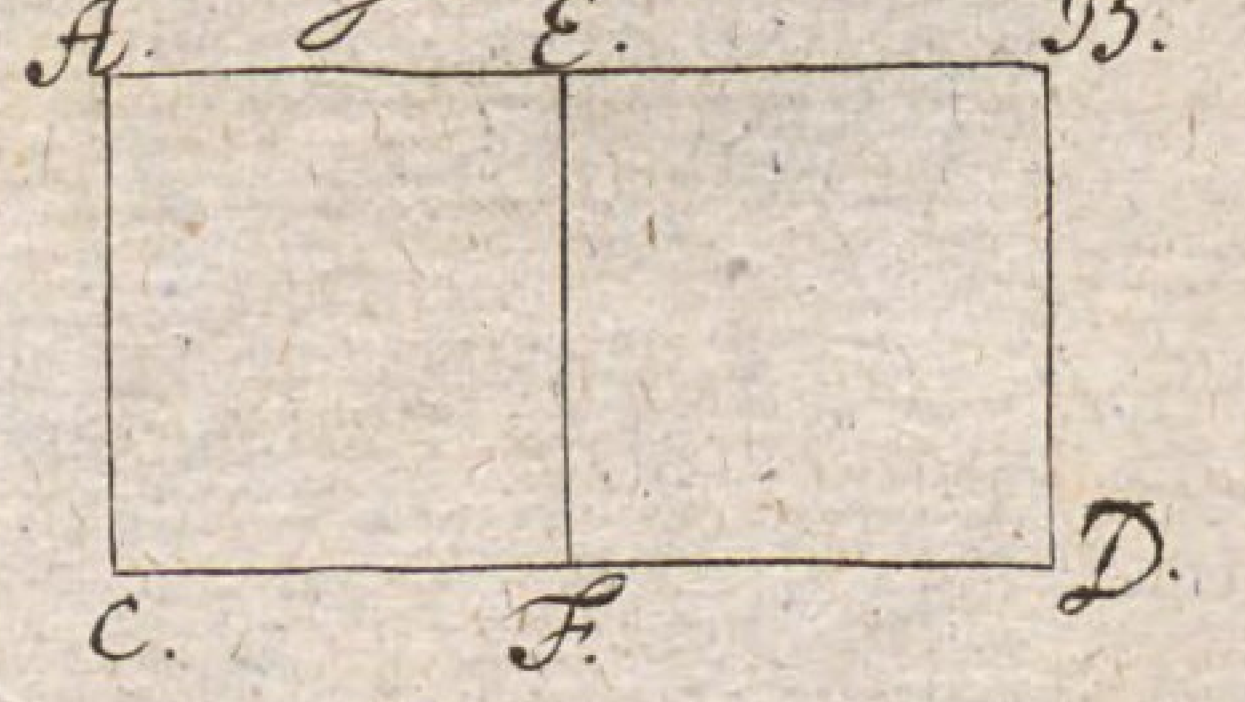


Fig: 64.

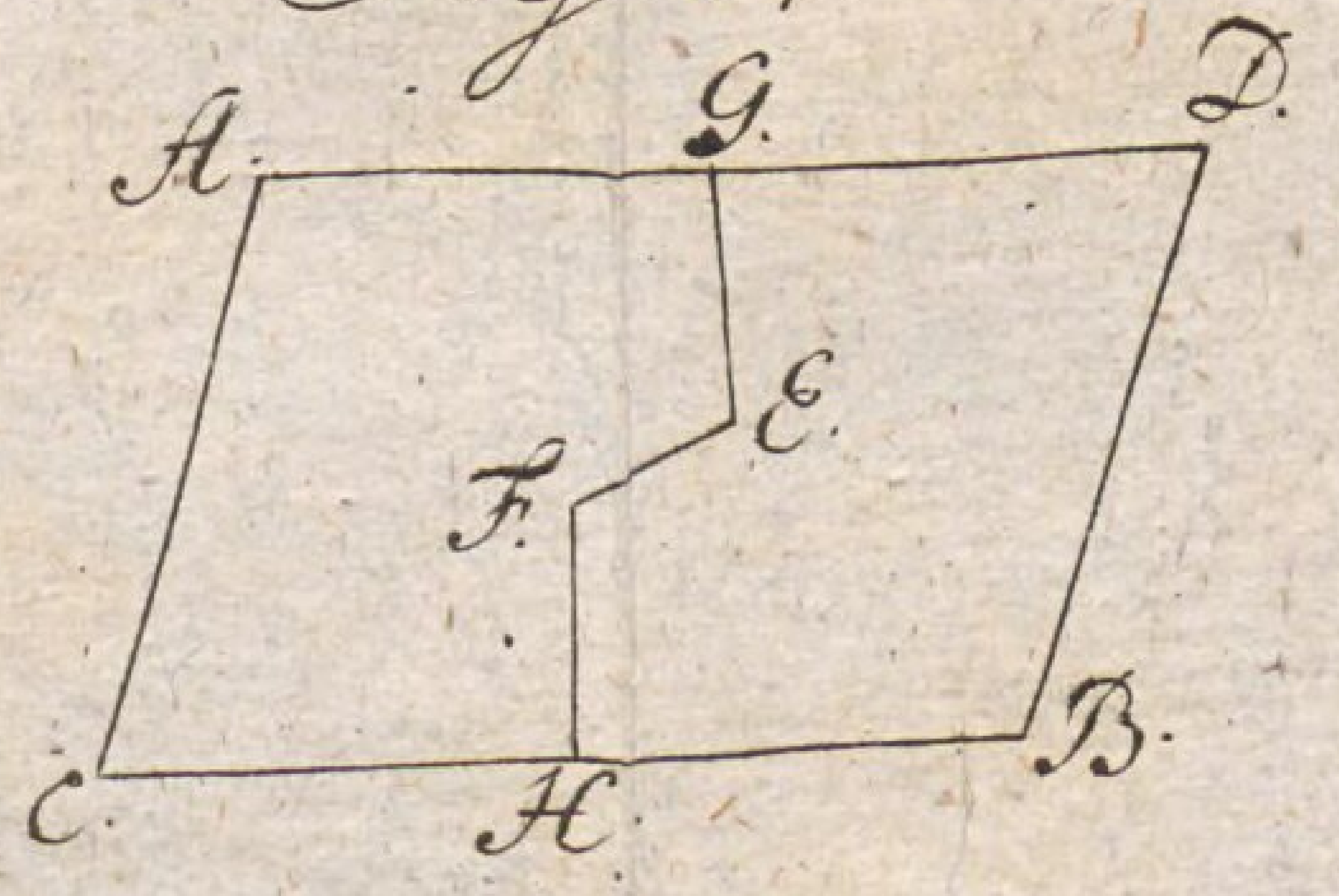


Fig: 63.

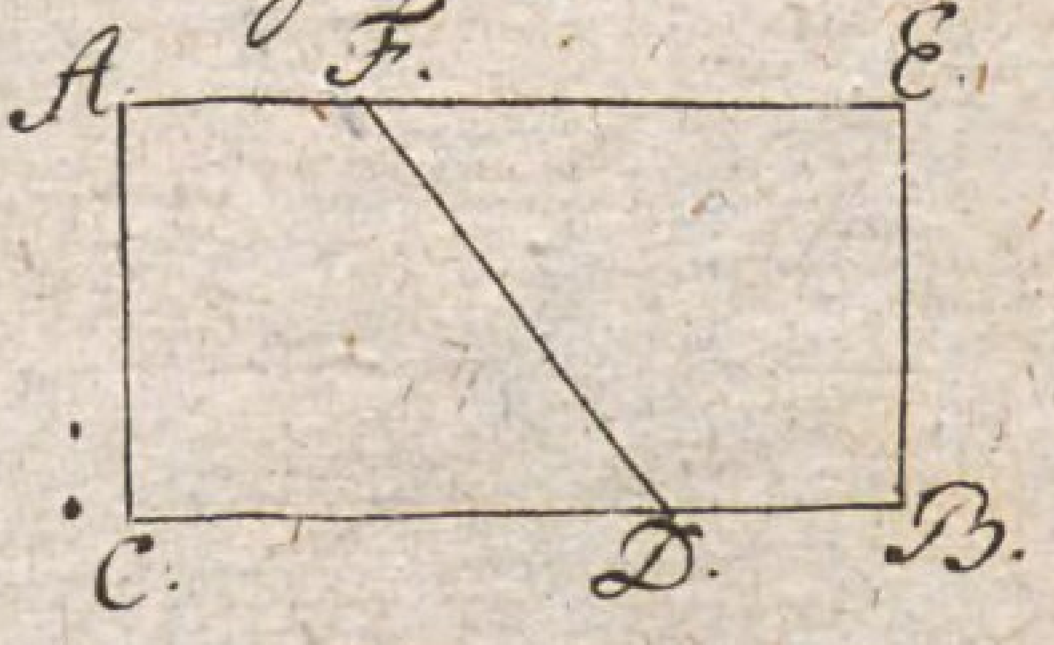


Fig: 65.

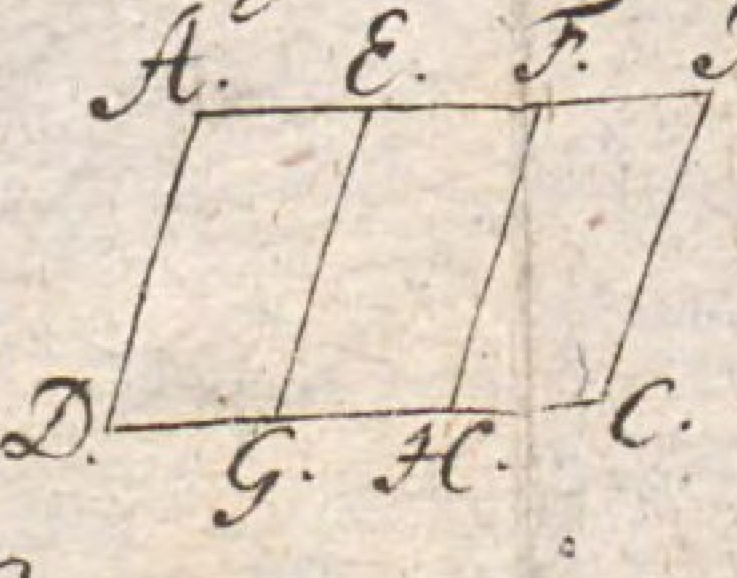


Fig: 66.

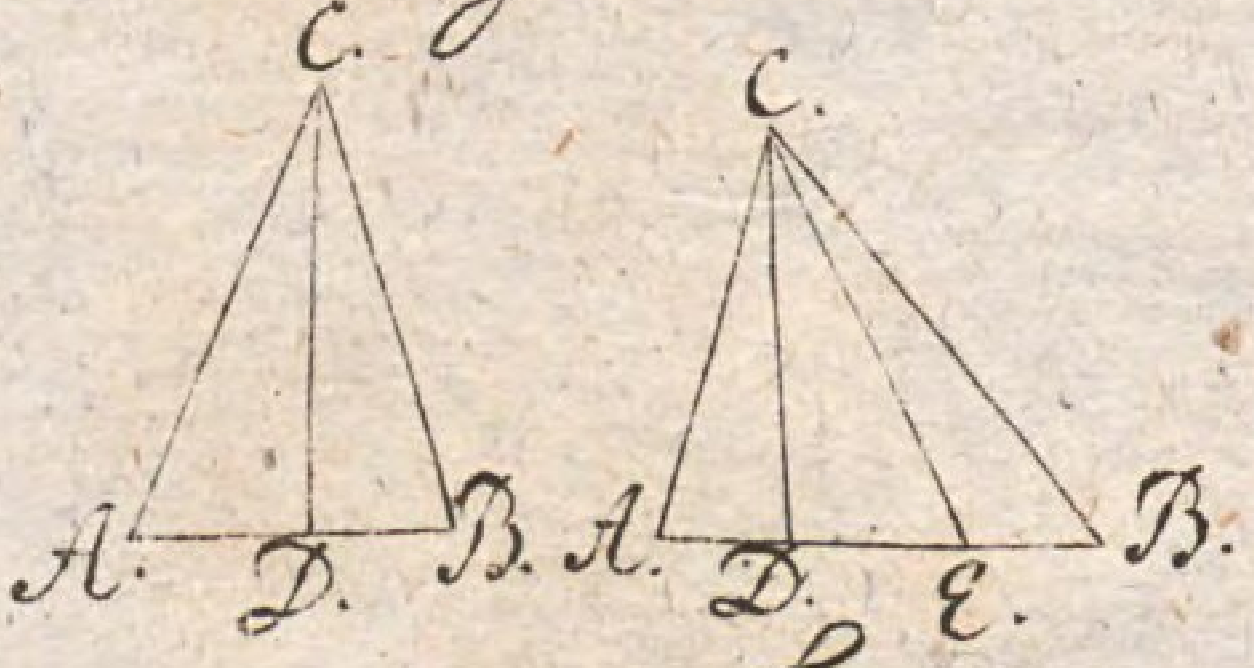


Fig: 67.

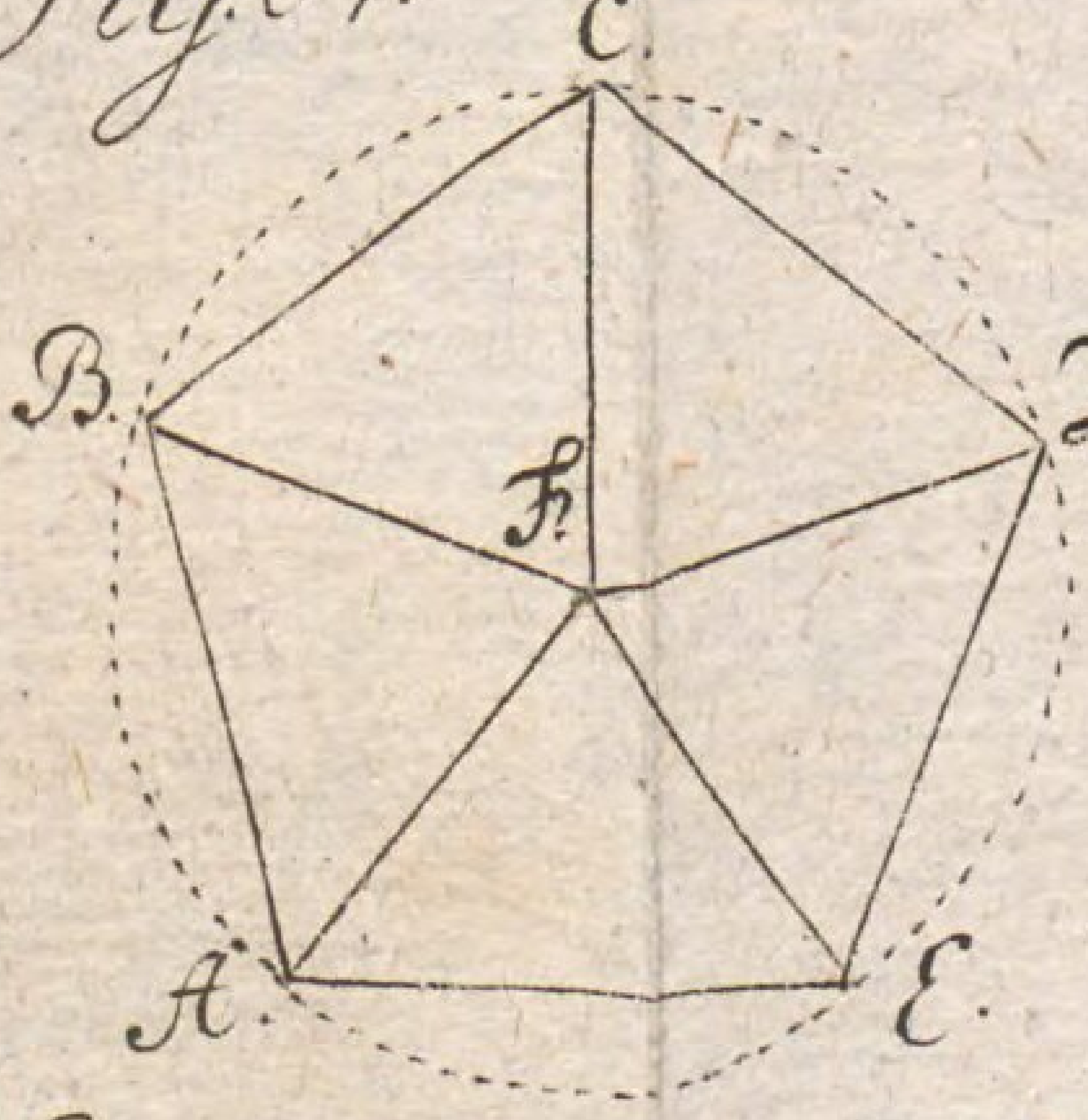


Fig: 68.

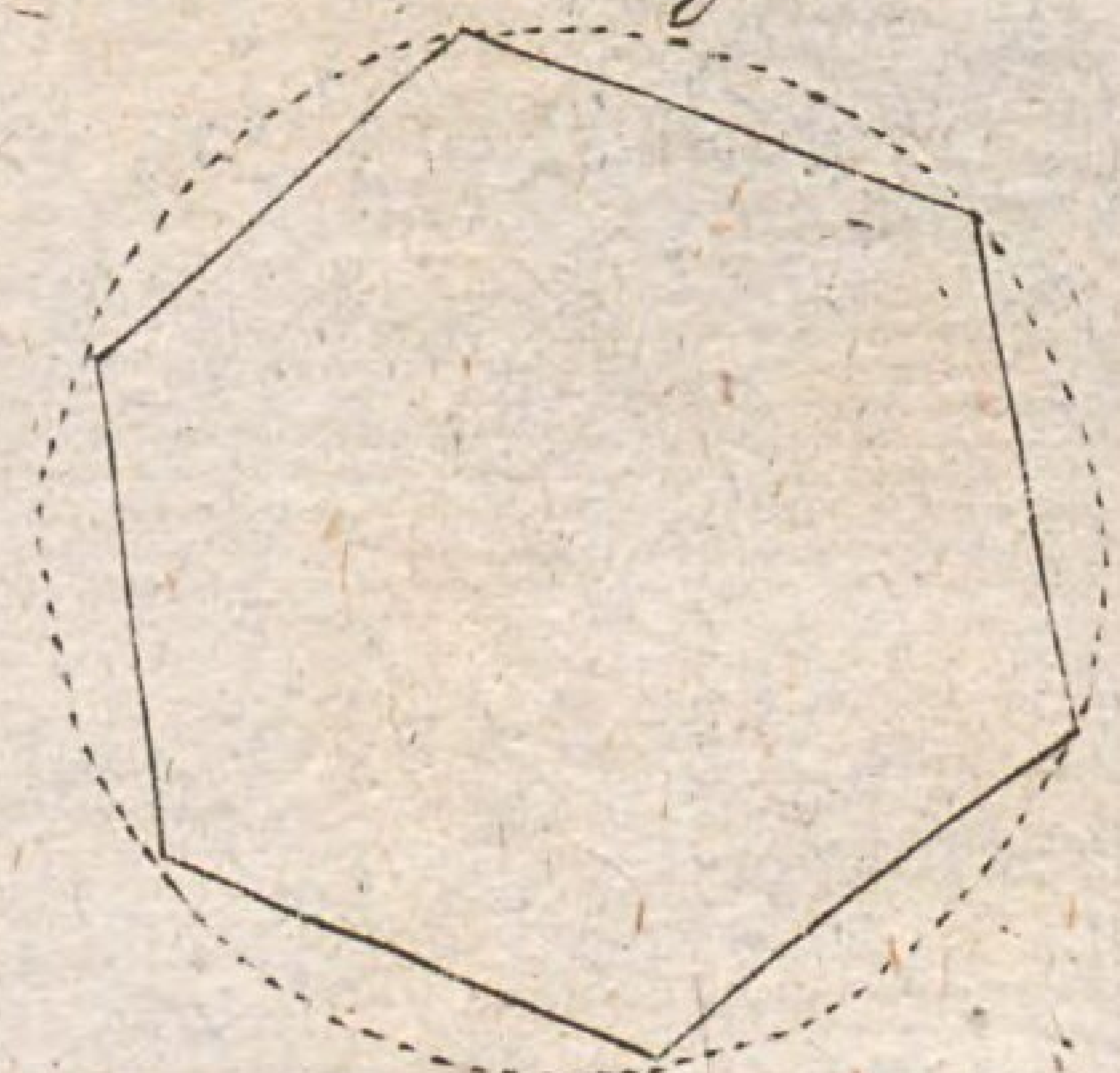


Fig: 69.

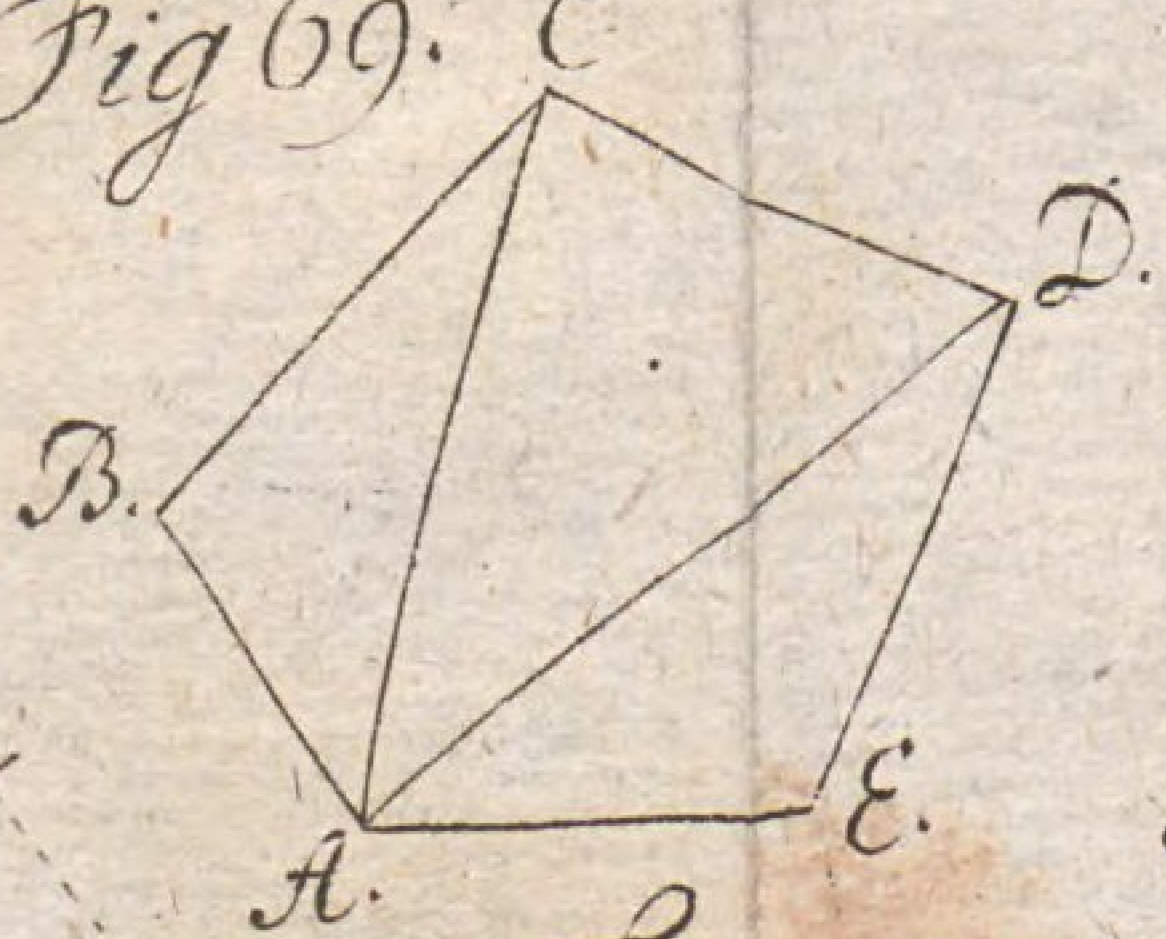


Fig: 70.

Fig: 71.

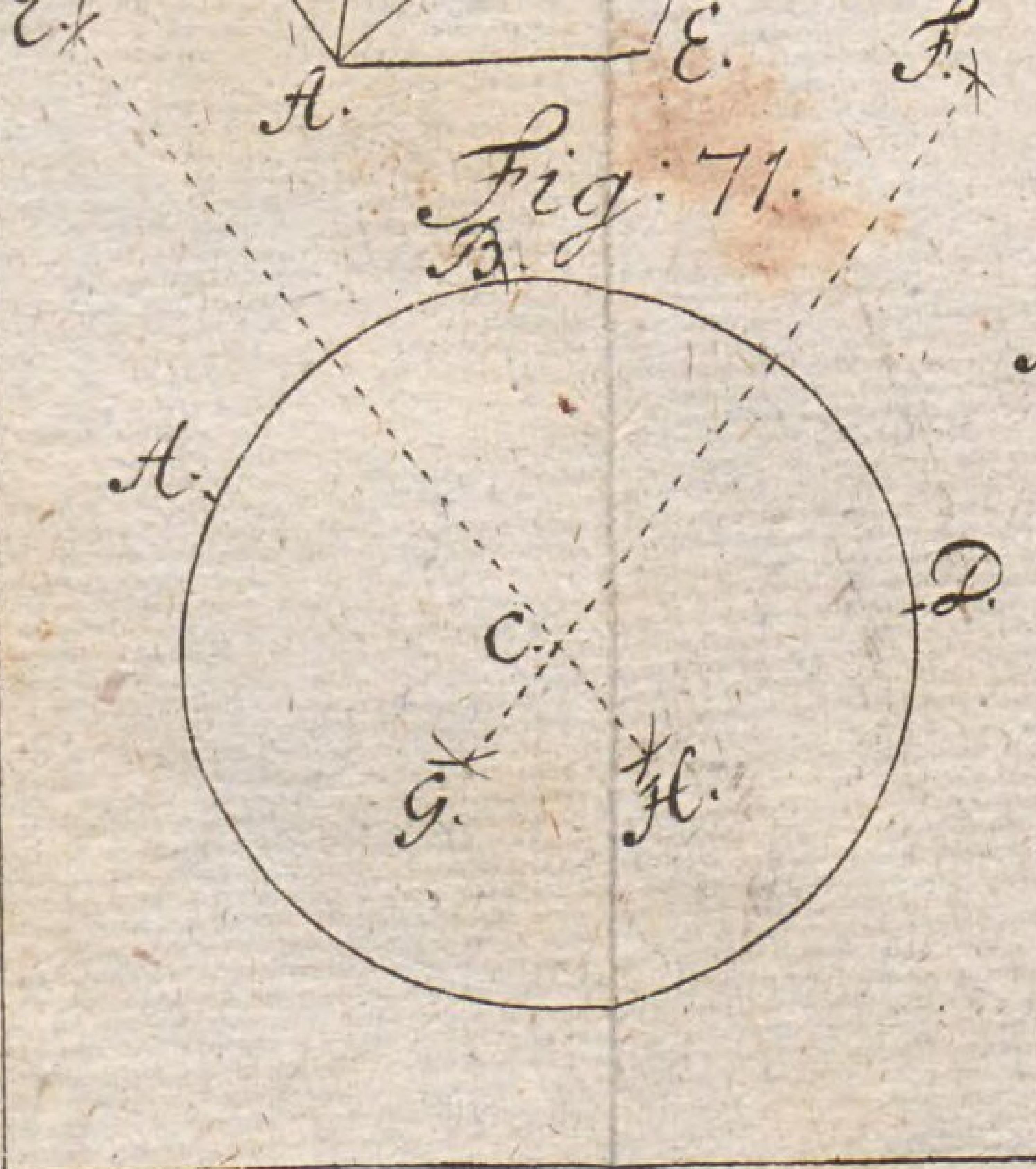


Fig: 72.

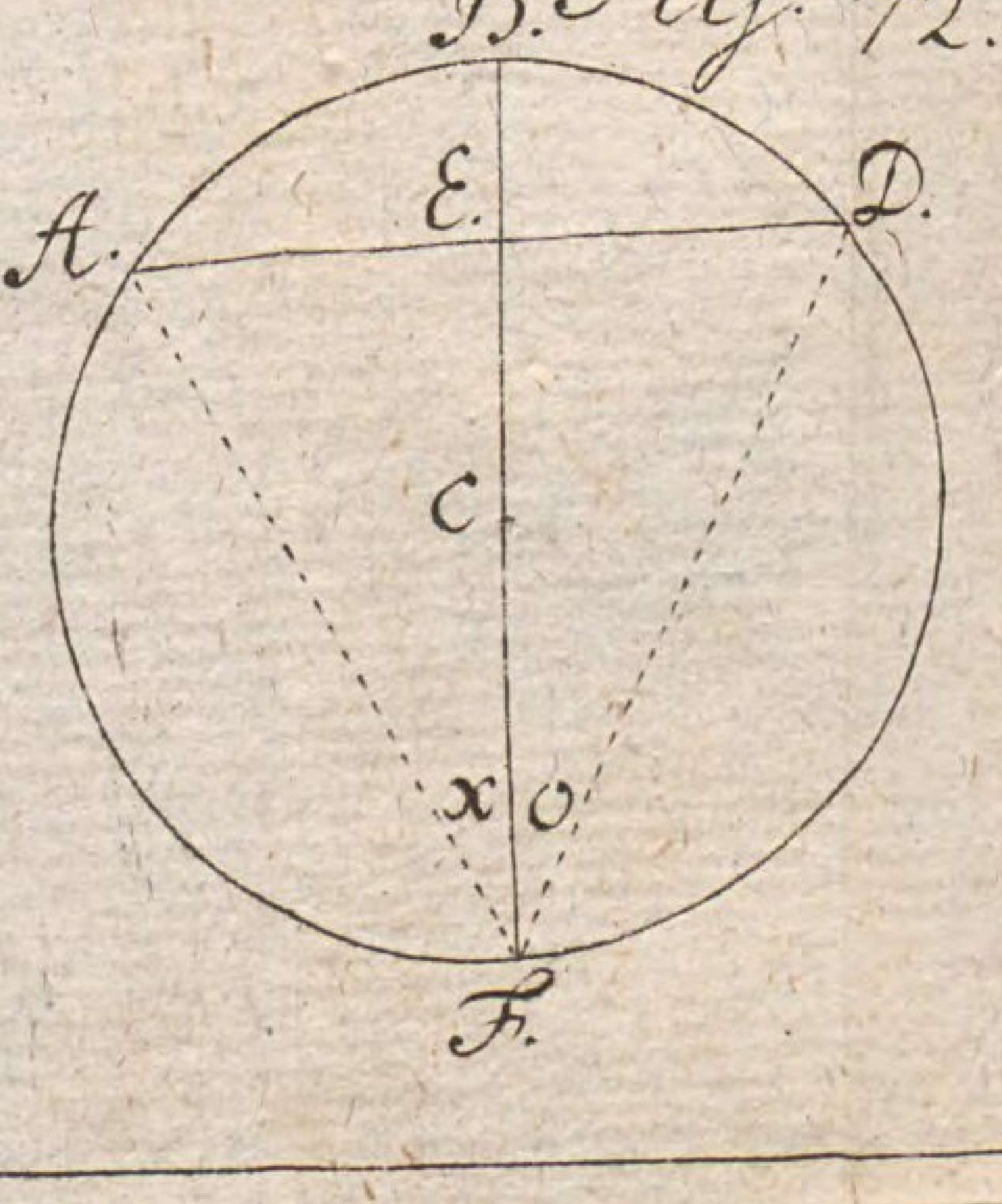


Fig: 73.

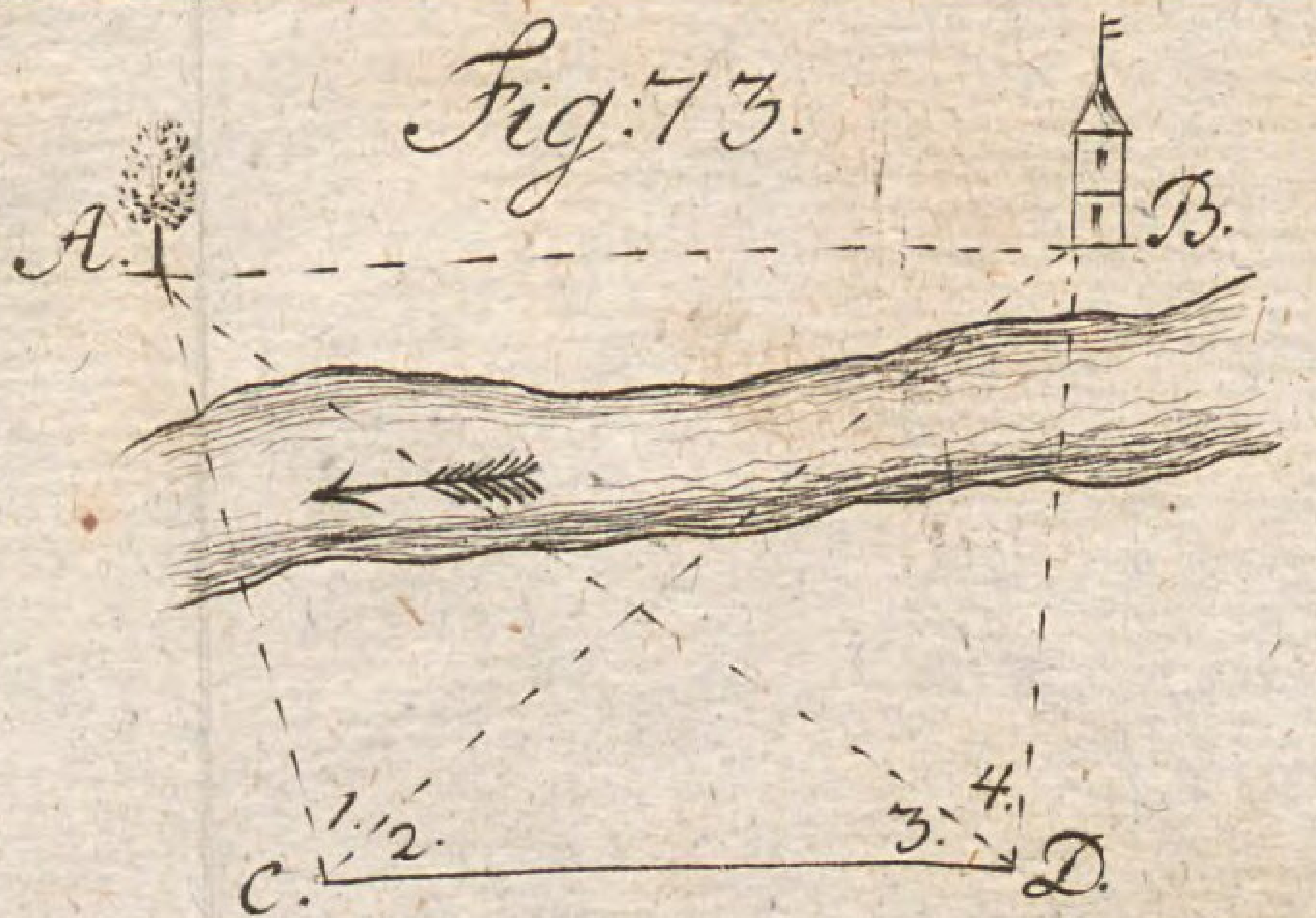


Fig: 74.

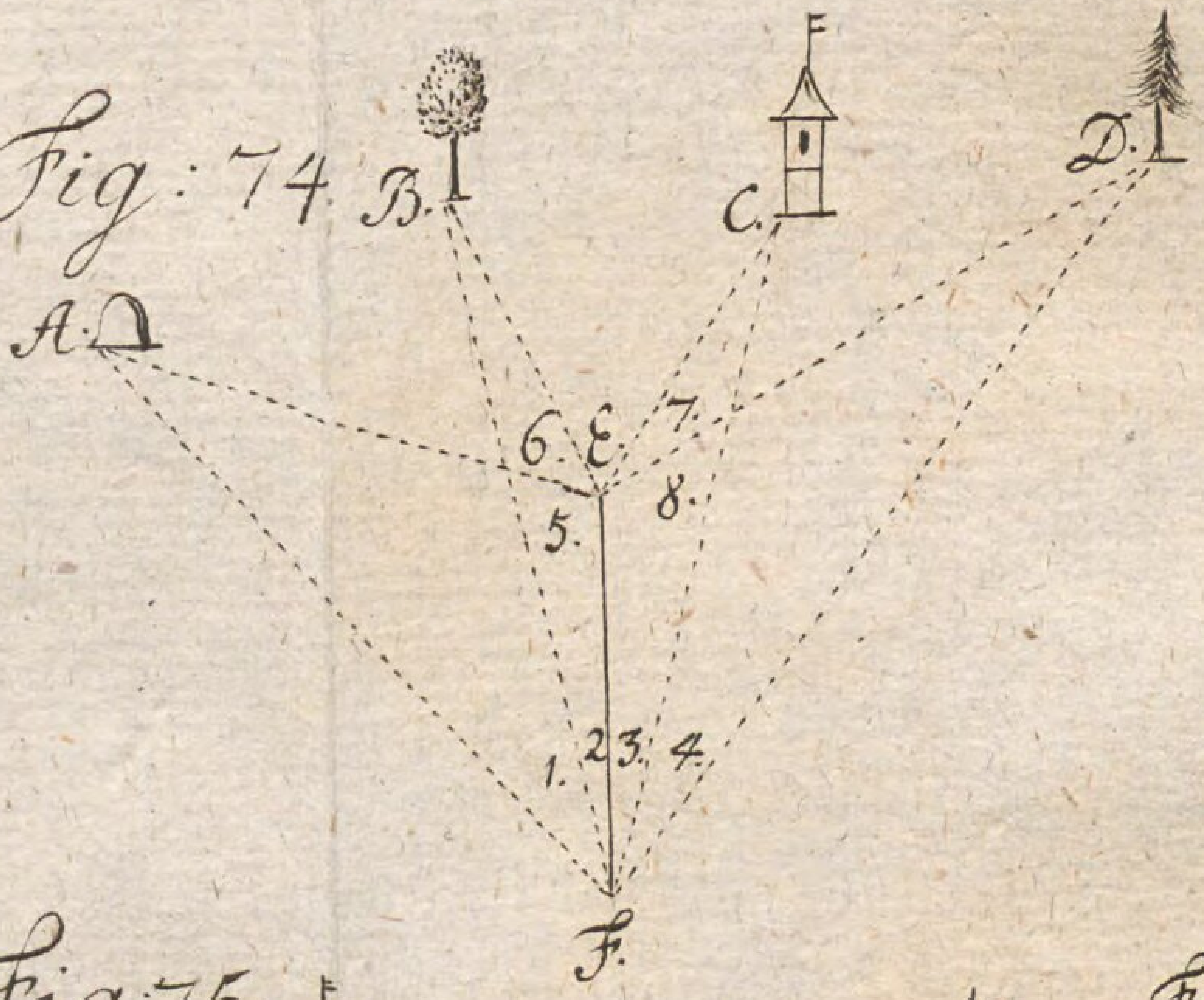


Fig: 75.

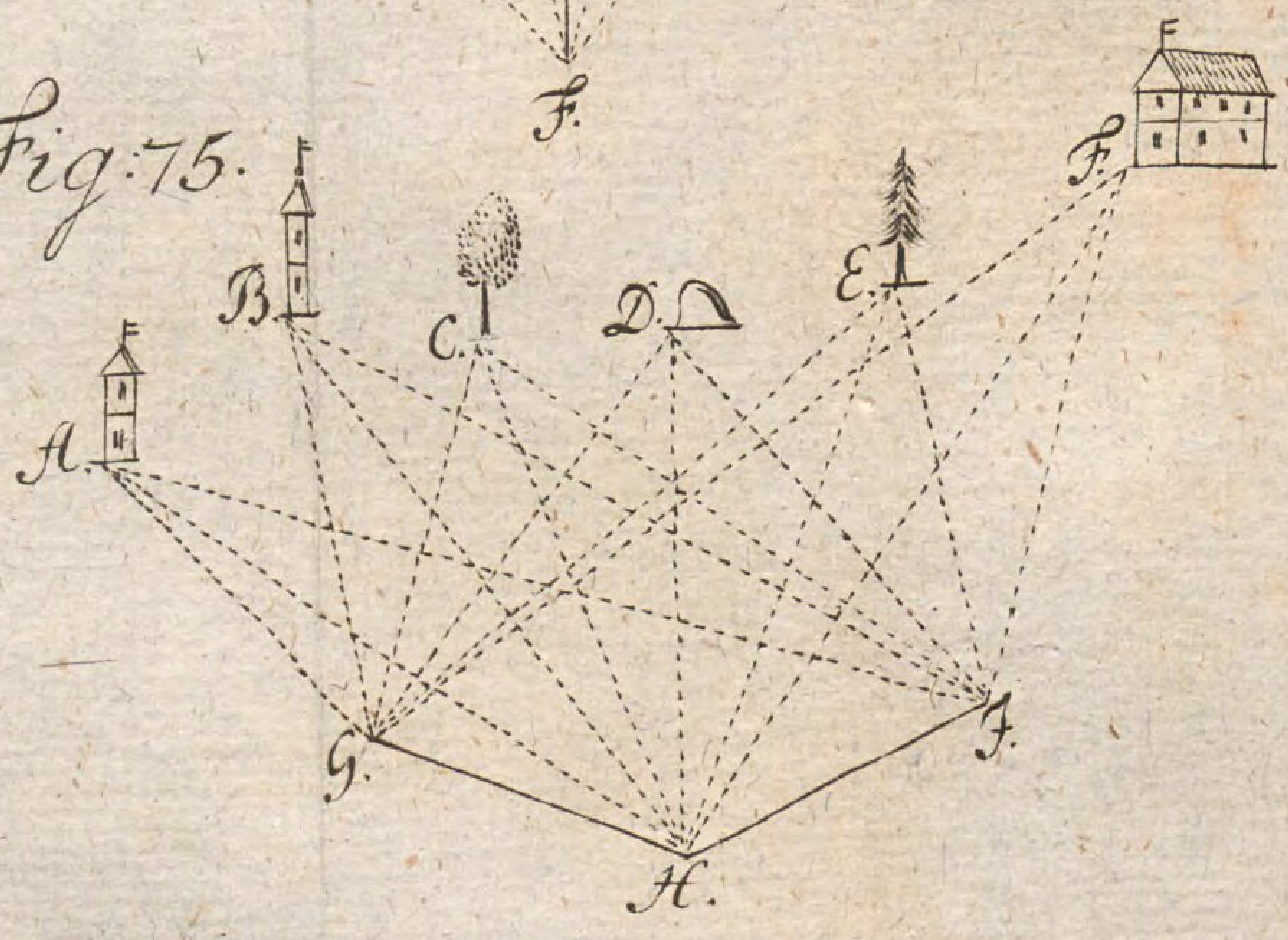


Fig: 76.

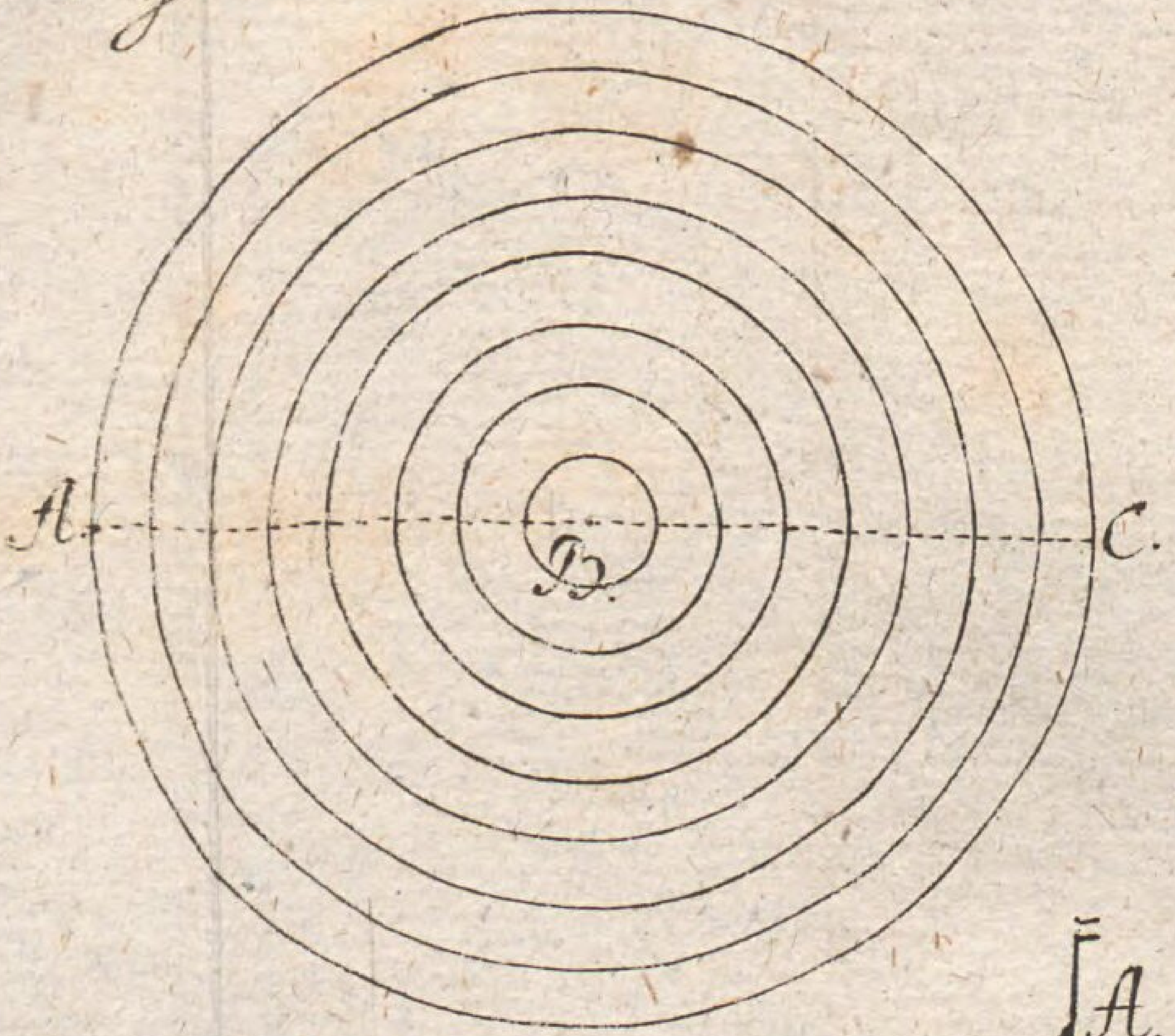


Fig: 77.

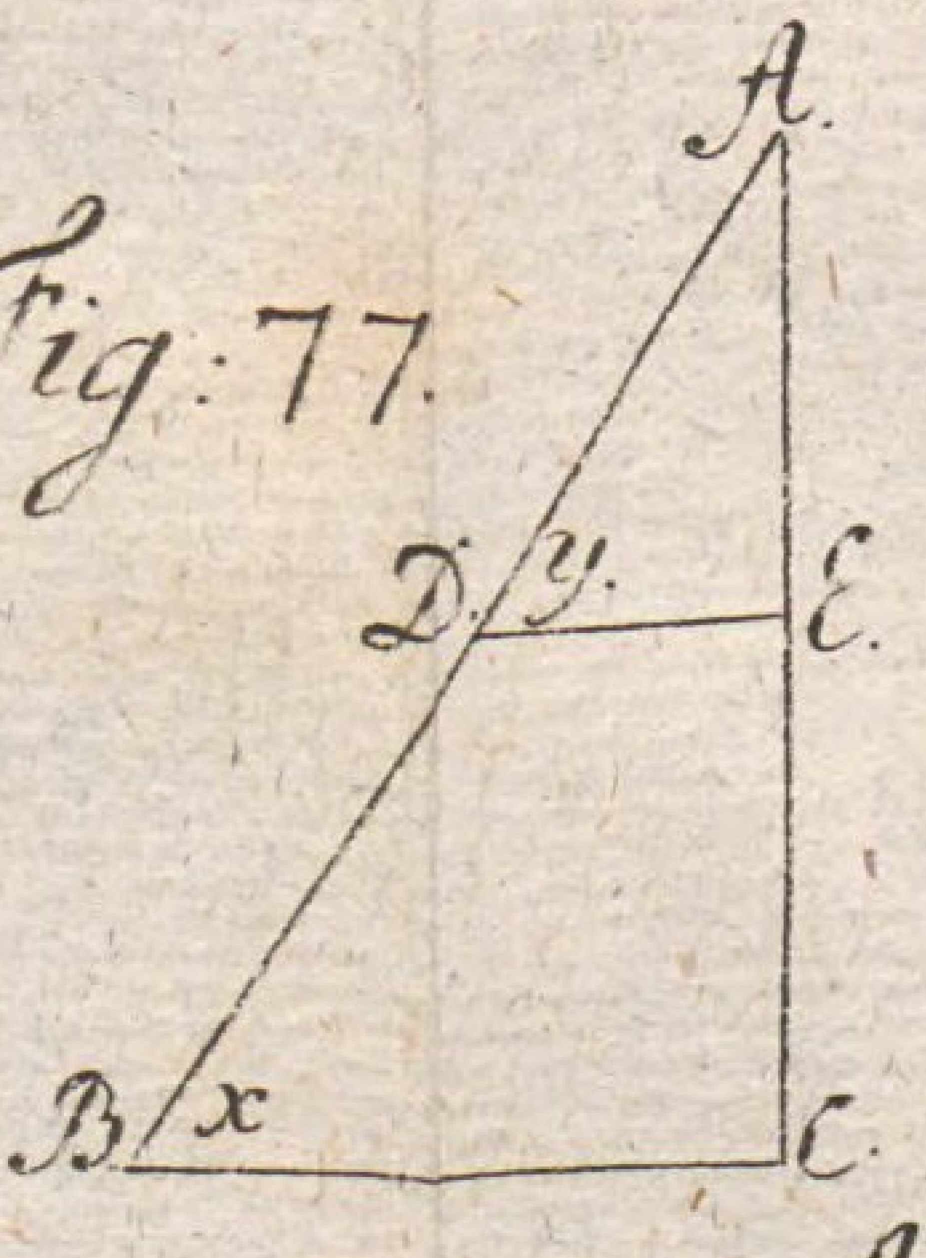


Fig: 78. a.

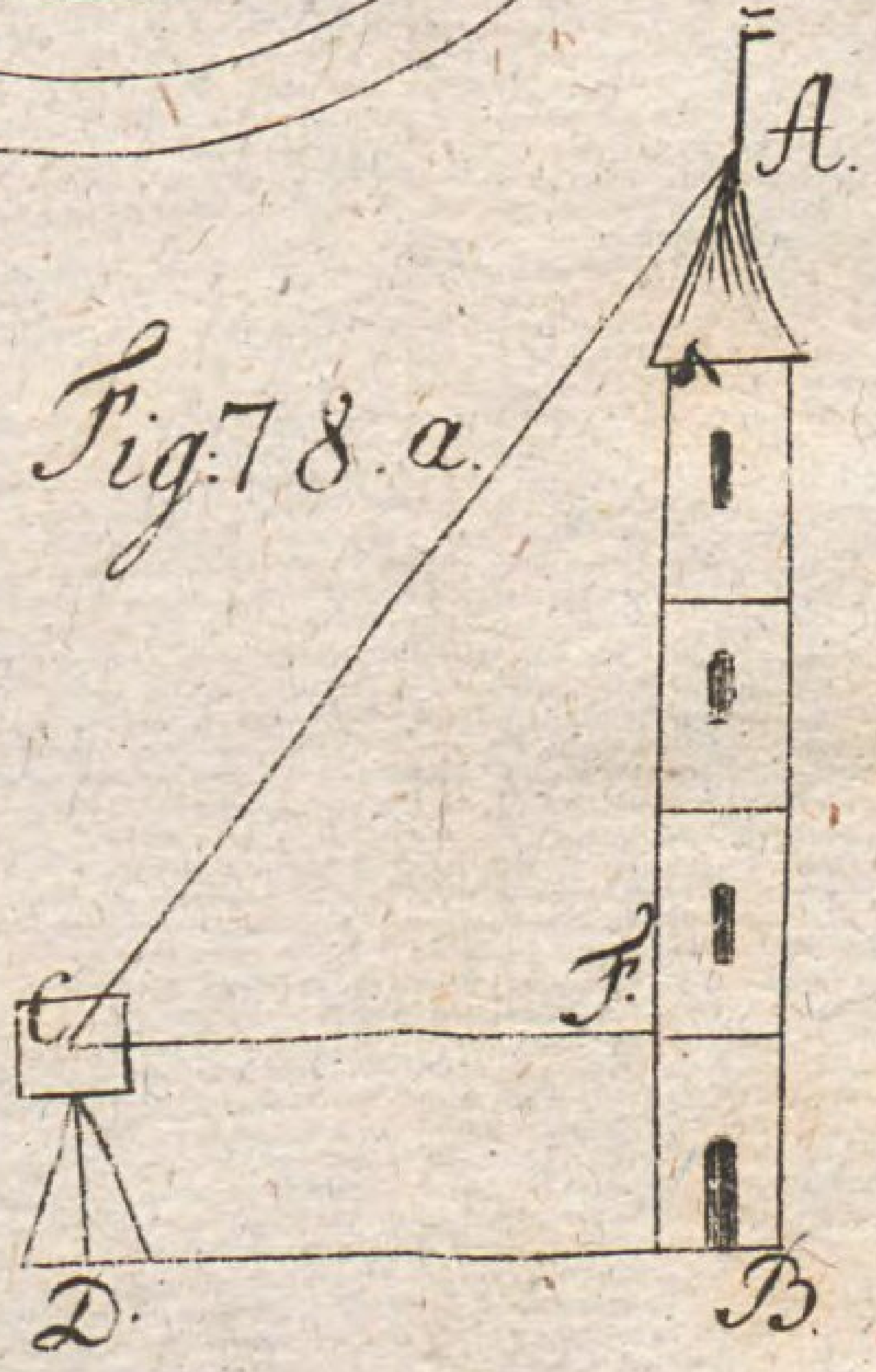


Fig: 78. b.

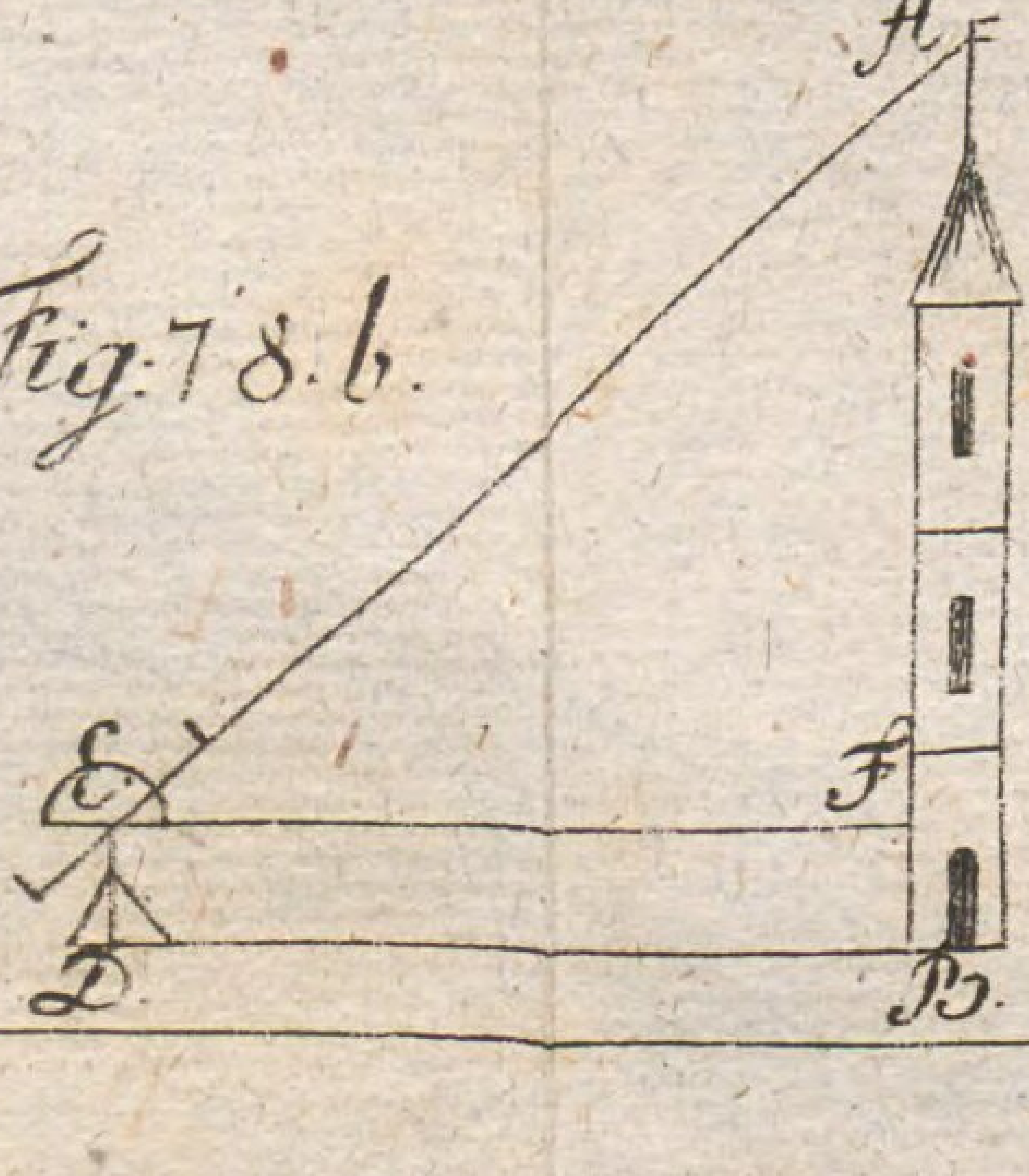
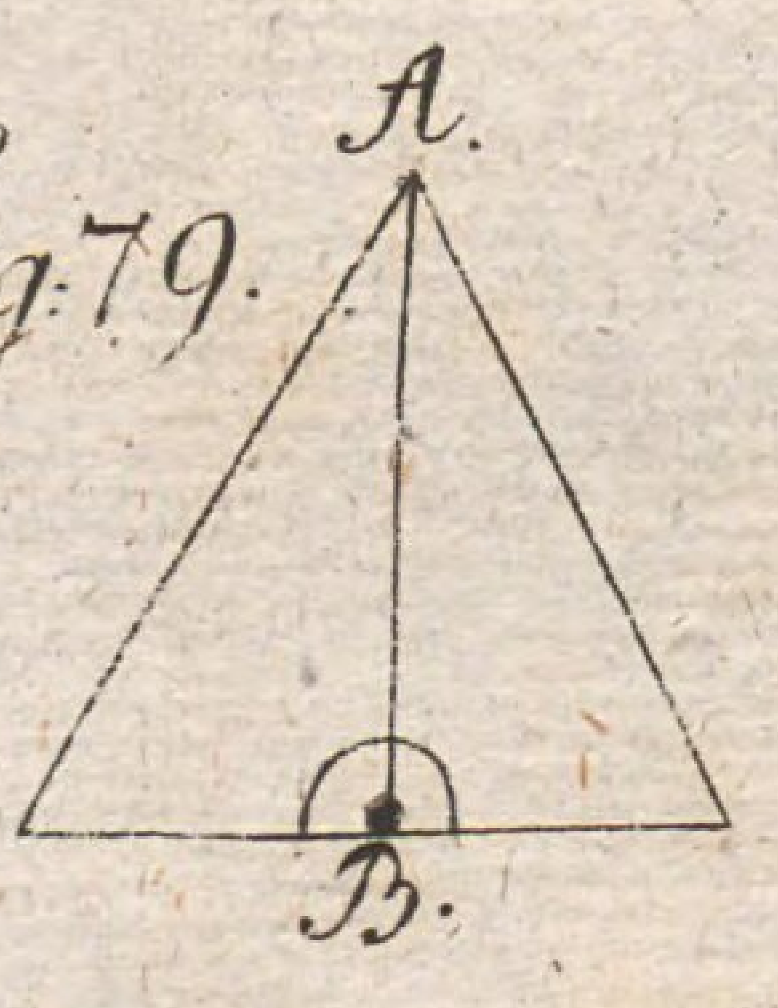


Fig: 79.



Tab: X.

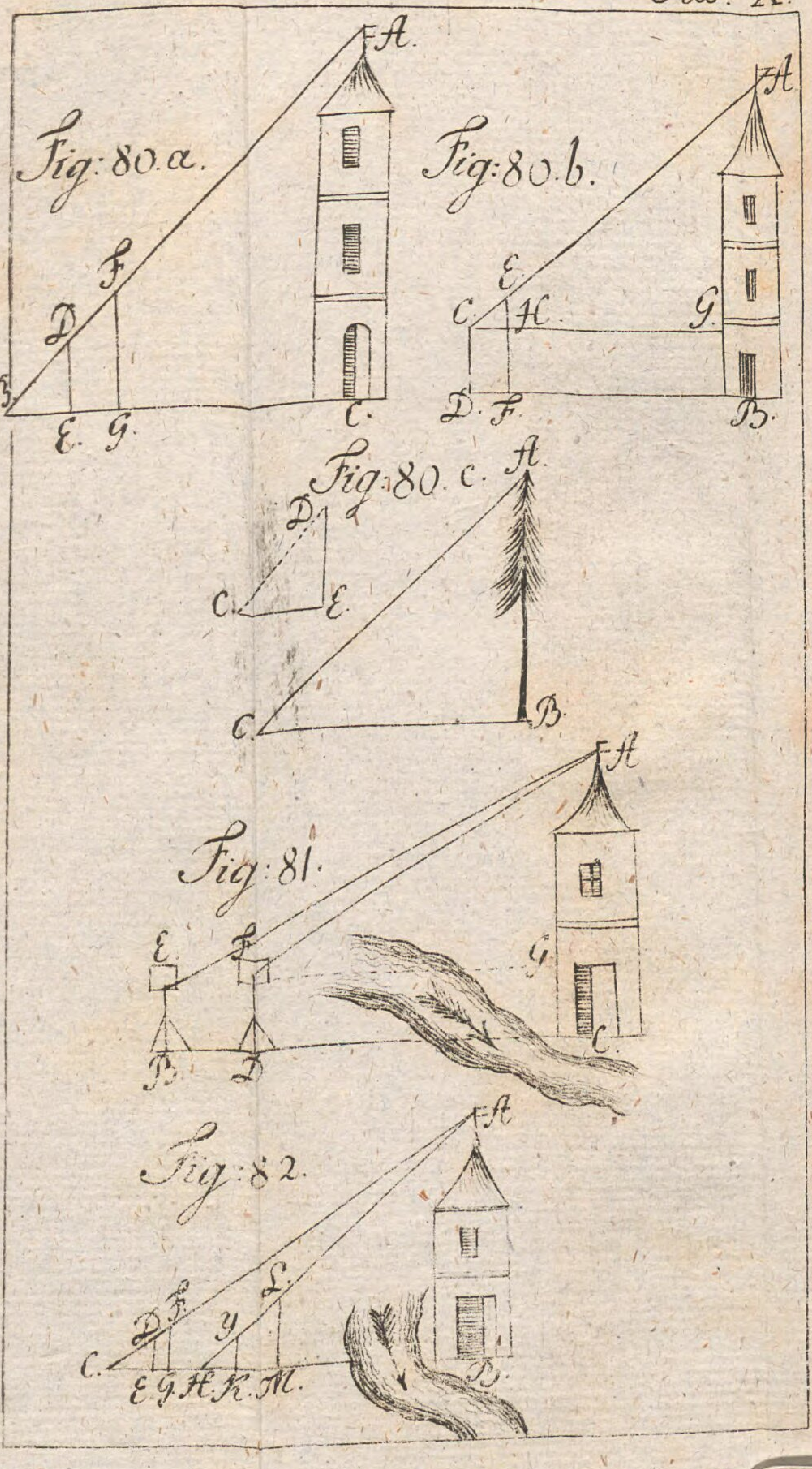


Fig: 80. a.
A.
F
D
B.
E. G.
C.
Fig: 80. b.
A
E.
C. H.
G.
D. F.
B.
Fig: 80. c.
A.
D
C. E.
C.
B.
Fig: 81.
A
E. F.
G.
B D
C.
Fig: 82.
A
L.
D F.
y
C.
E G H K. M.
B.

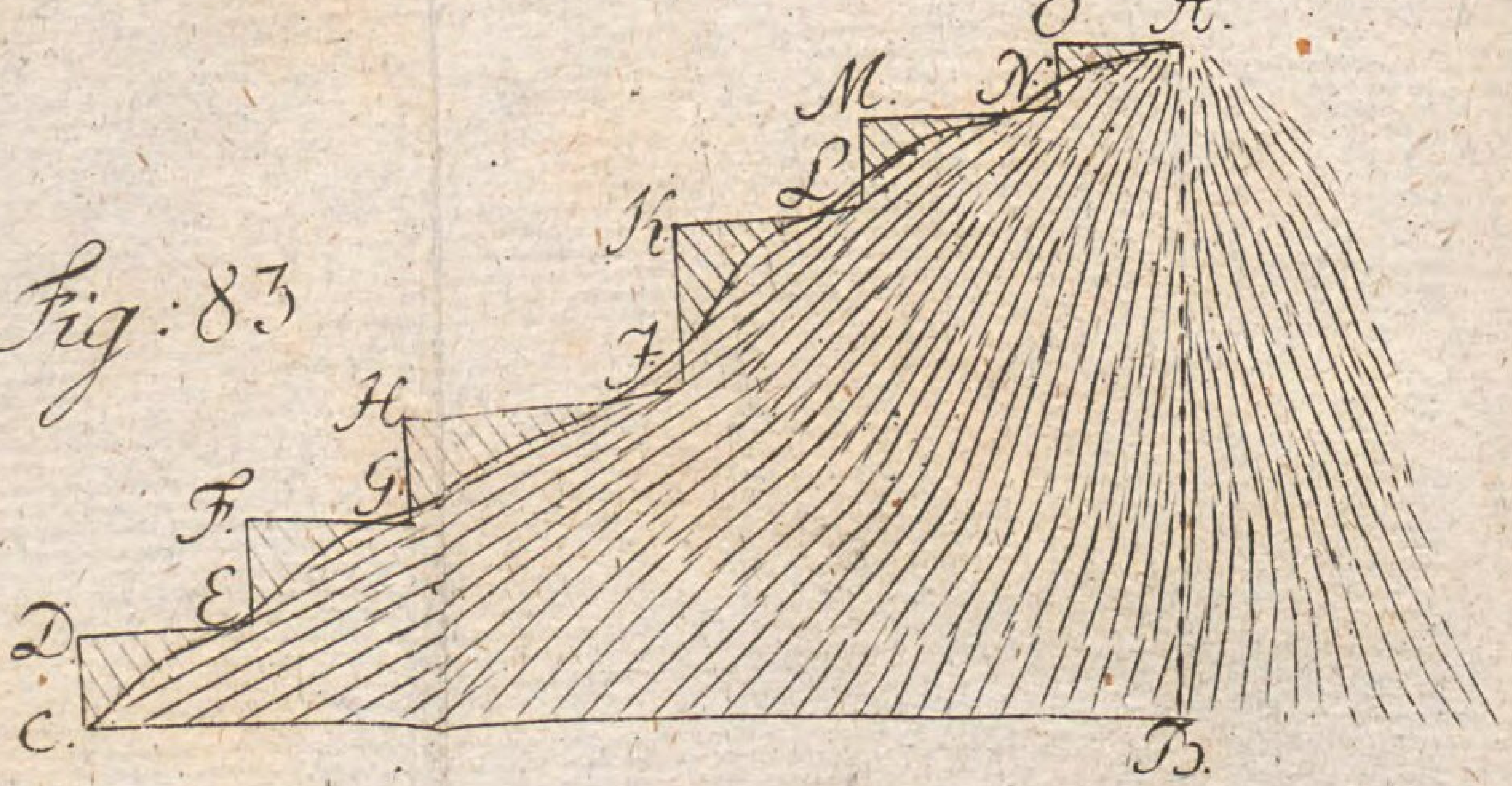


Fig: 83

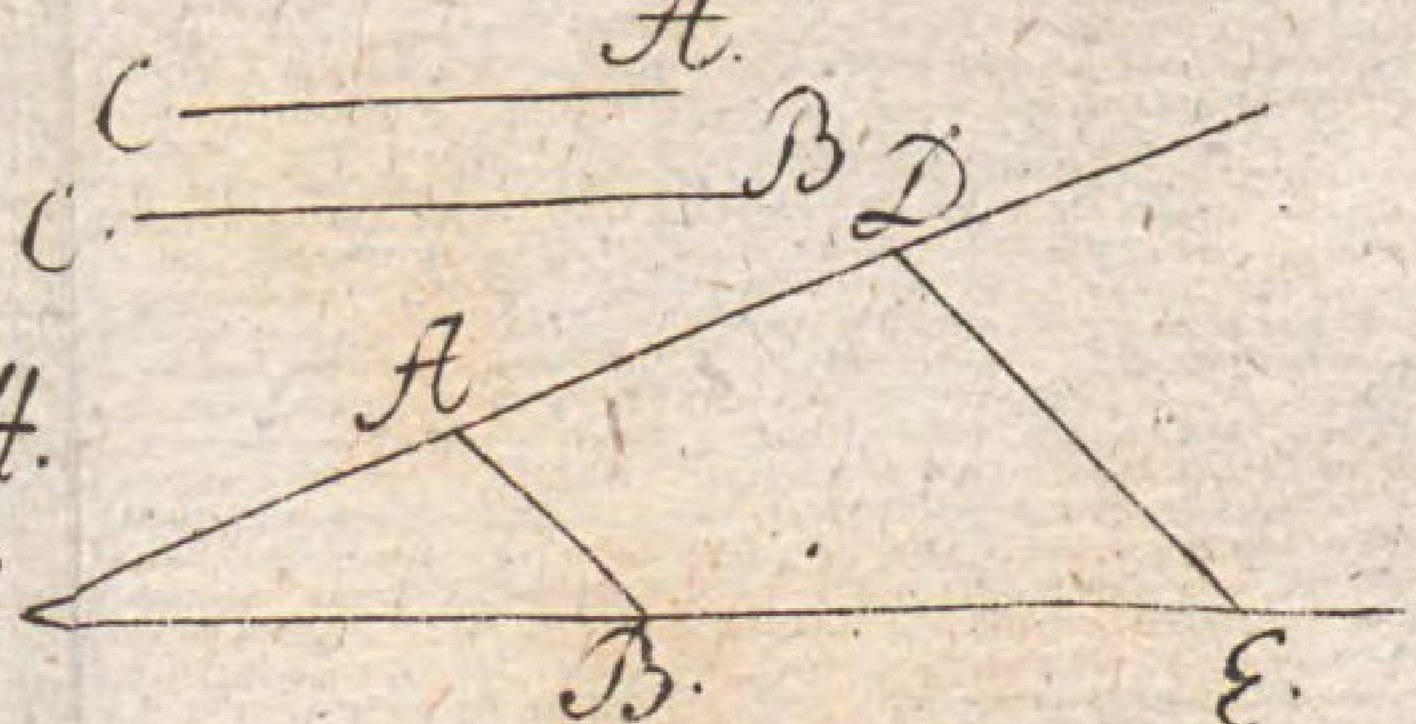


Fig: 84.

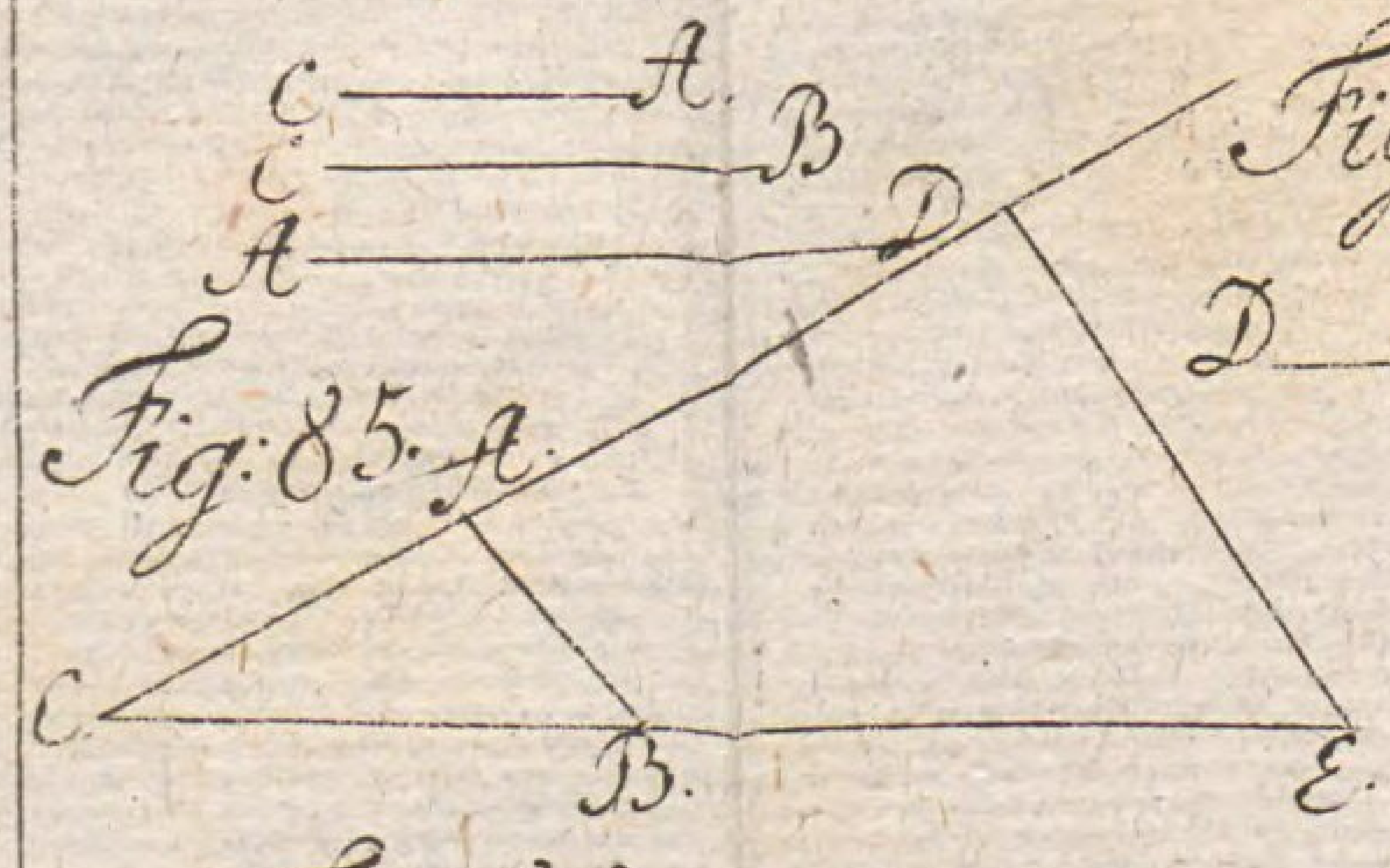


Fig: 85.

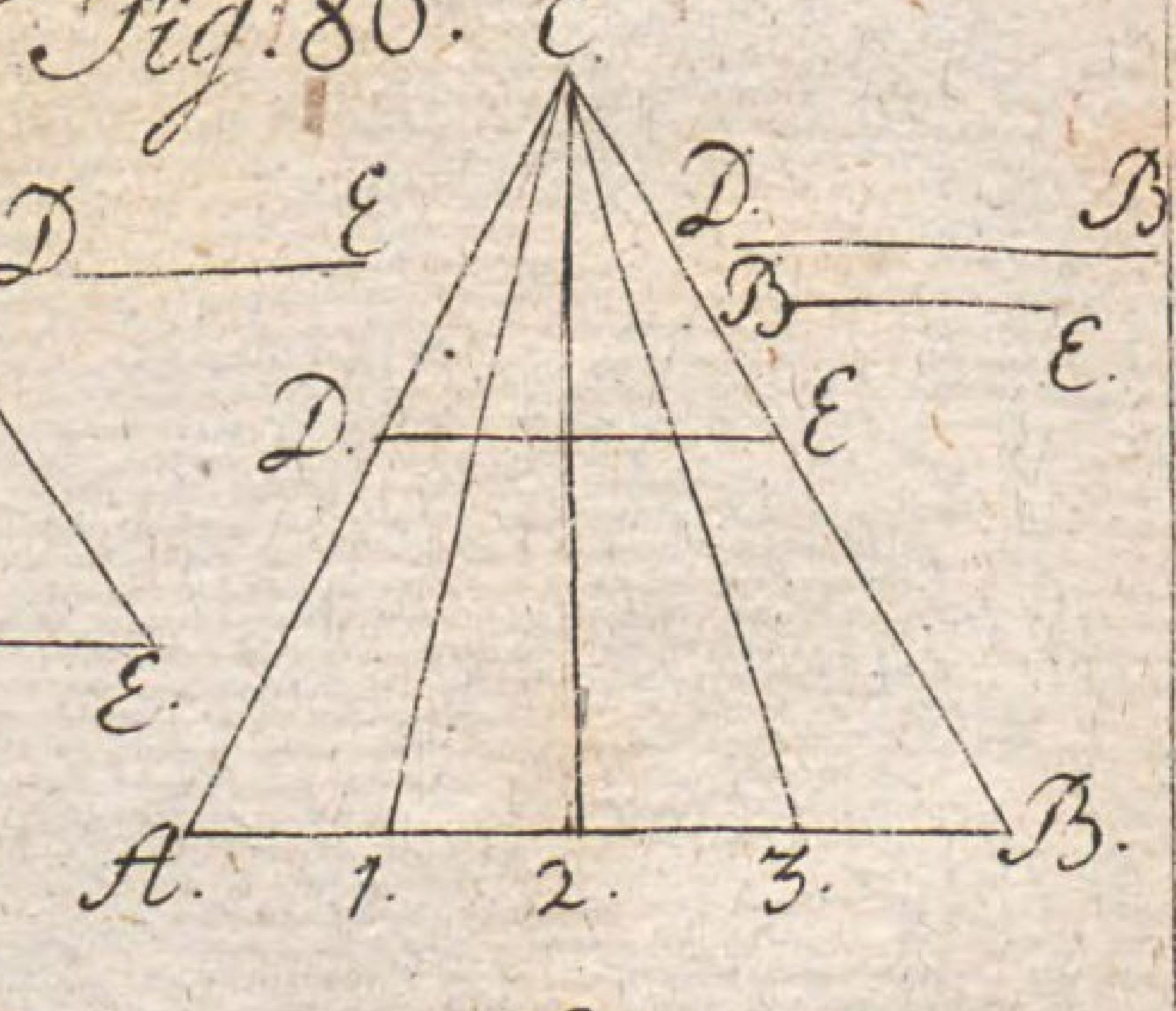


Fig: 86.

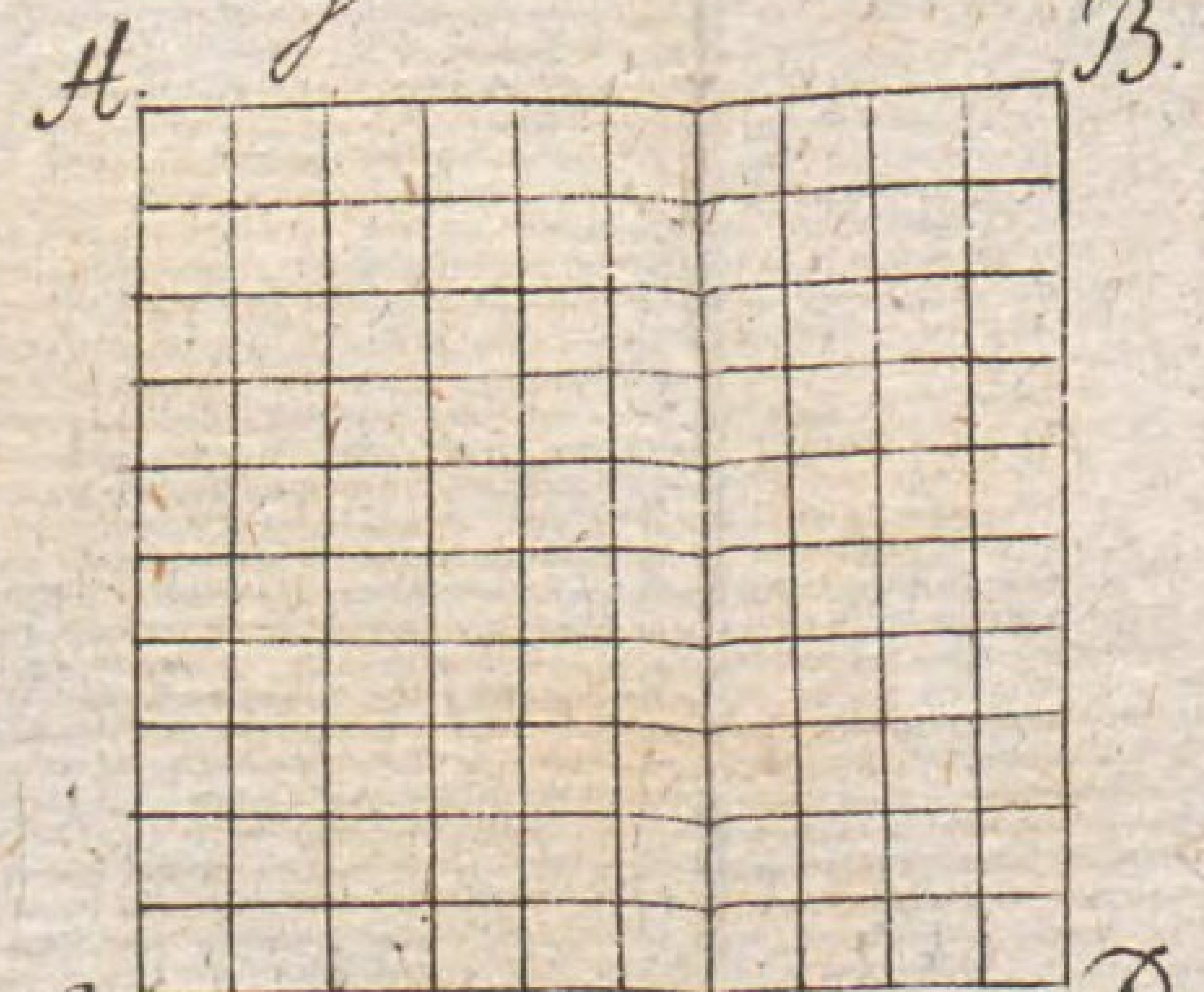


Fig: 88.

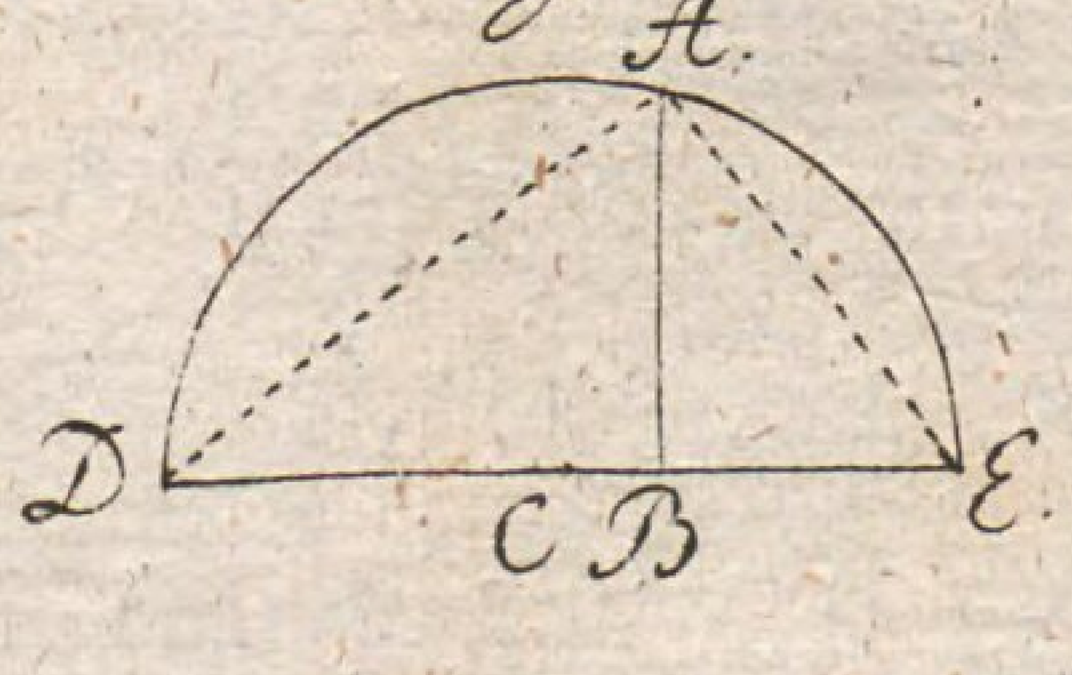


Fig: 87.

Fig: 89.

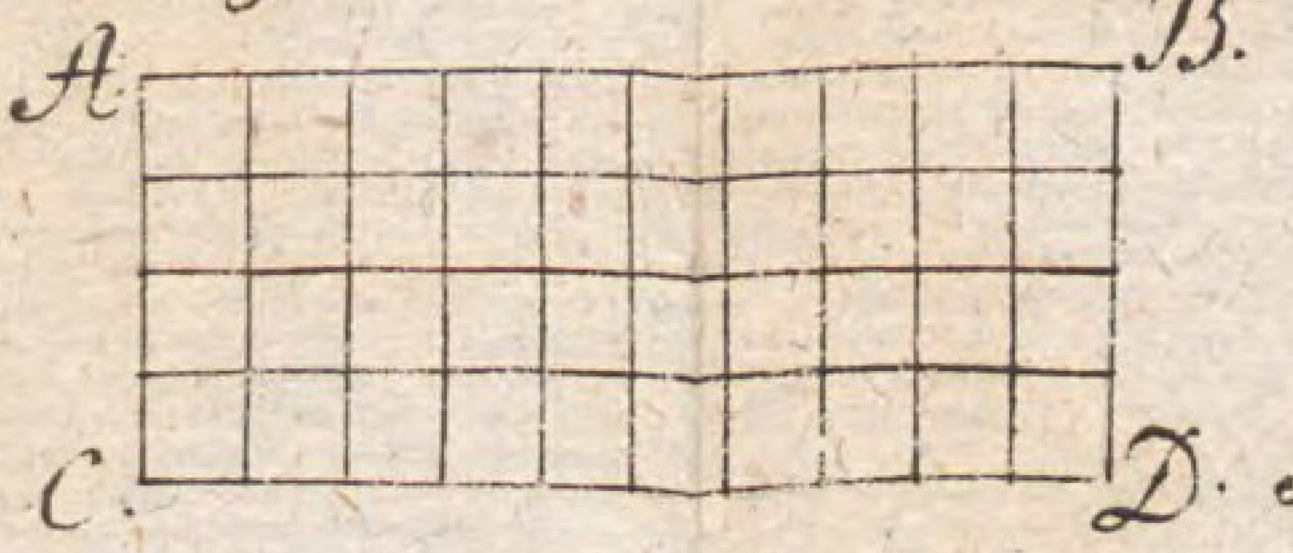


Fig: 90.

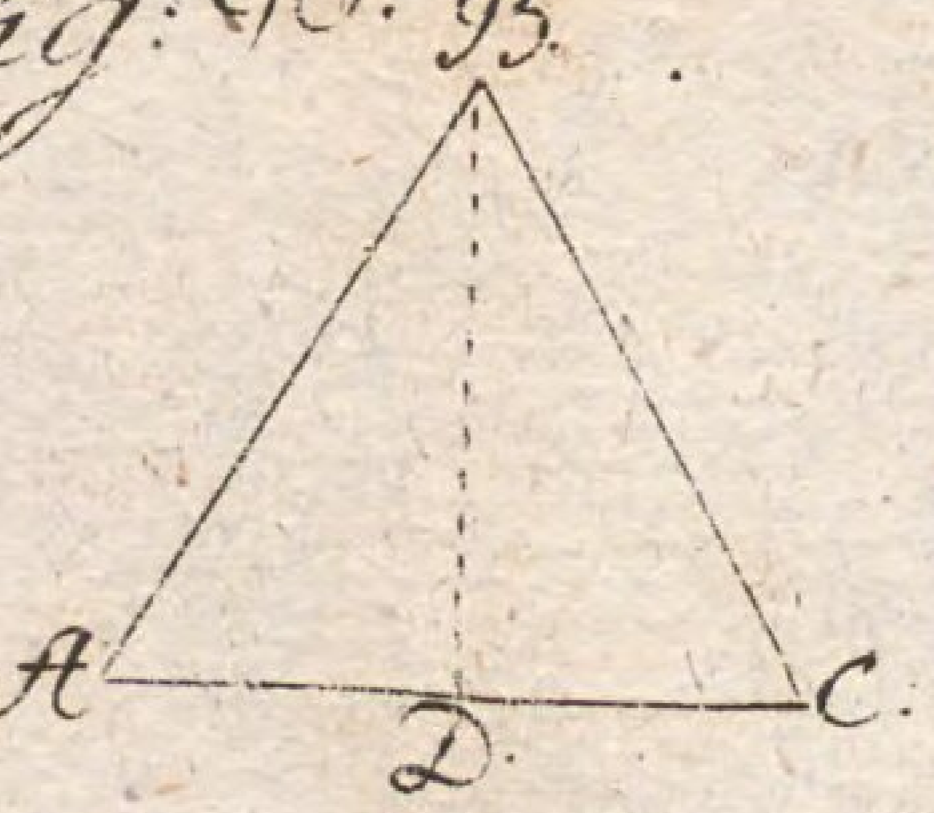


Fig: 91.

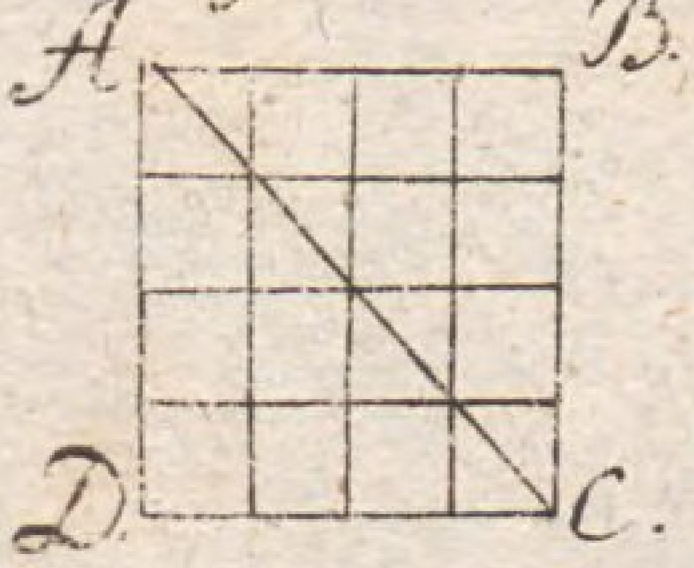


Fig: 92.

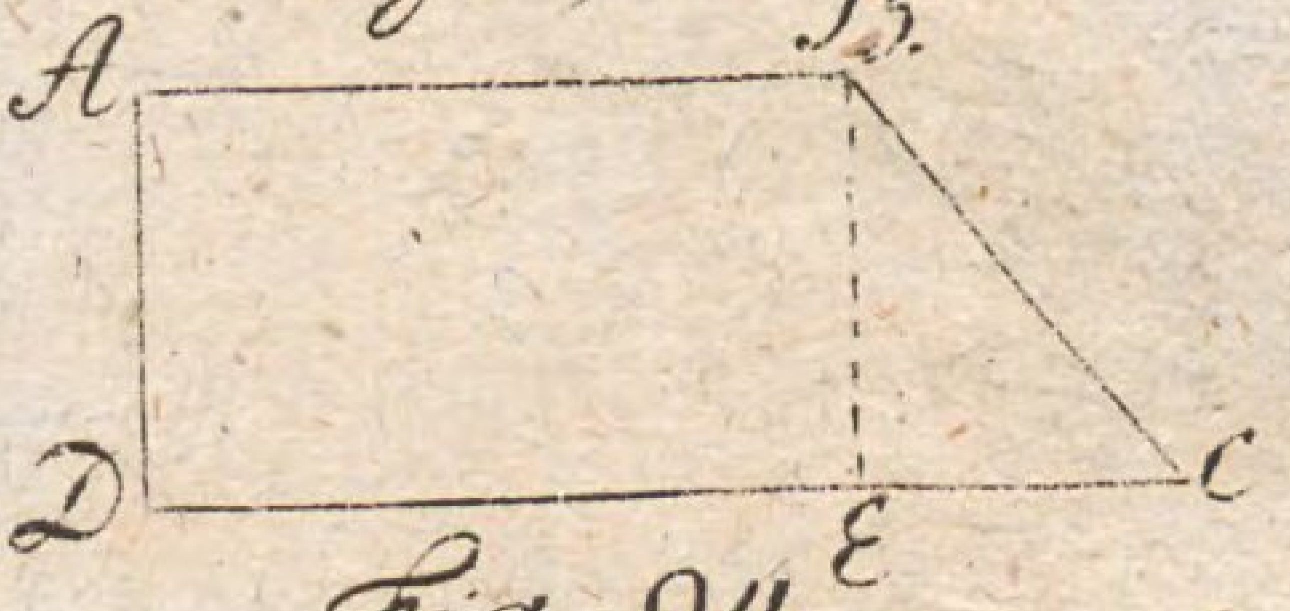


Fig: 93.

Fig: 94.

Fig: 95

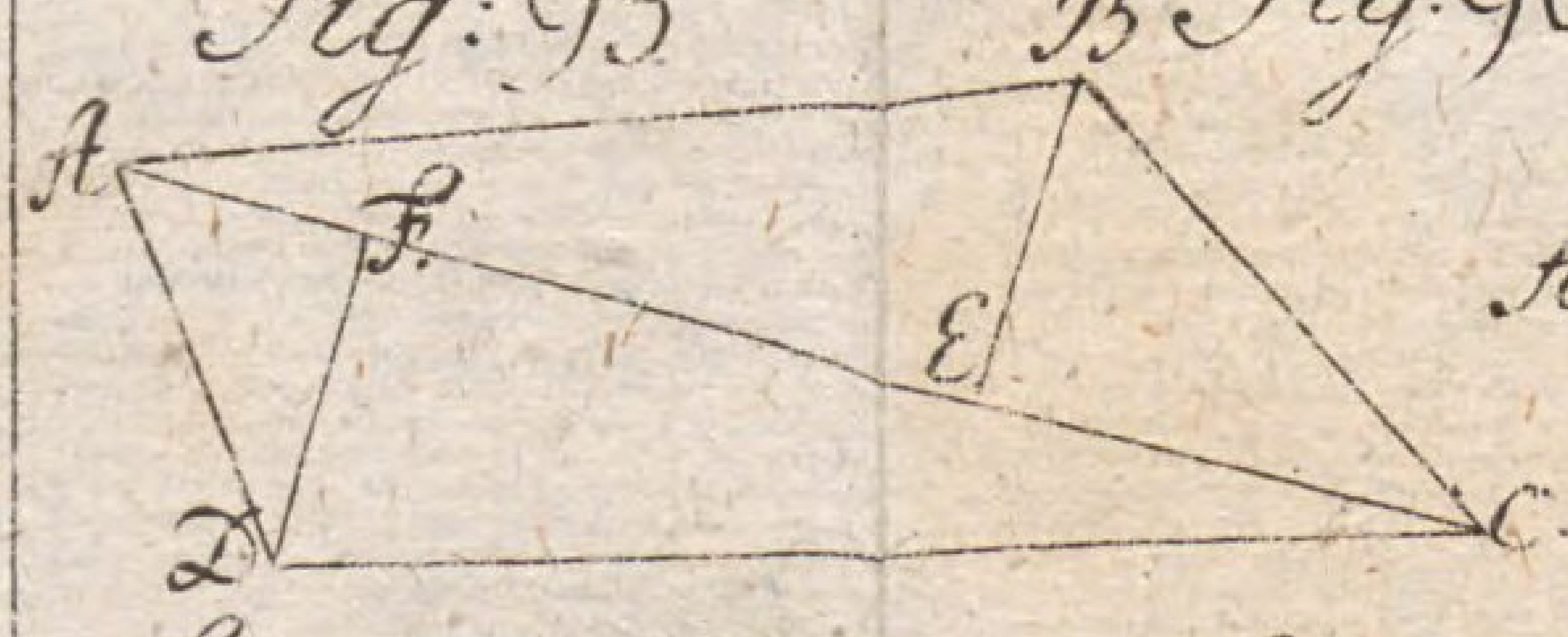


Fig: 96.

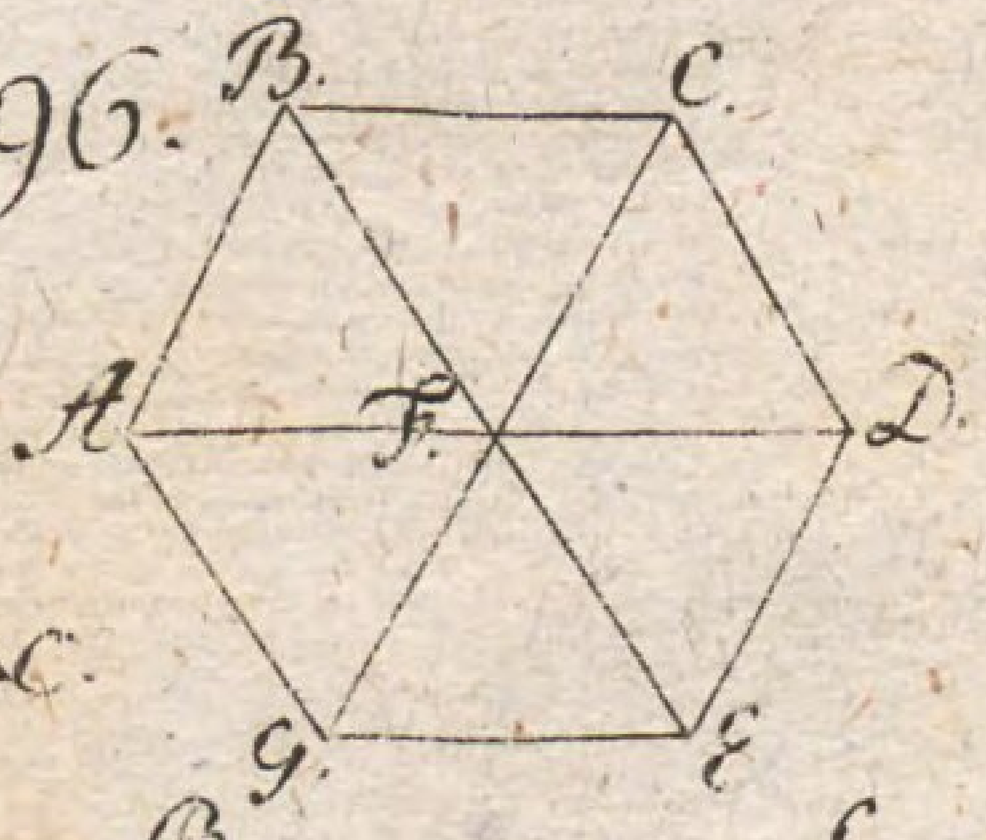


Fig: 97.

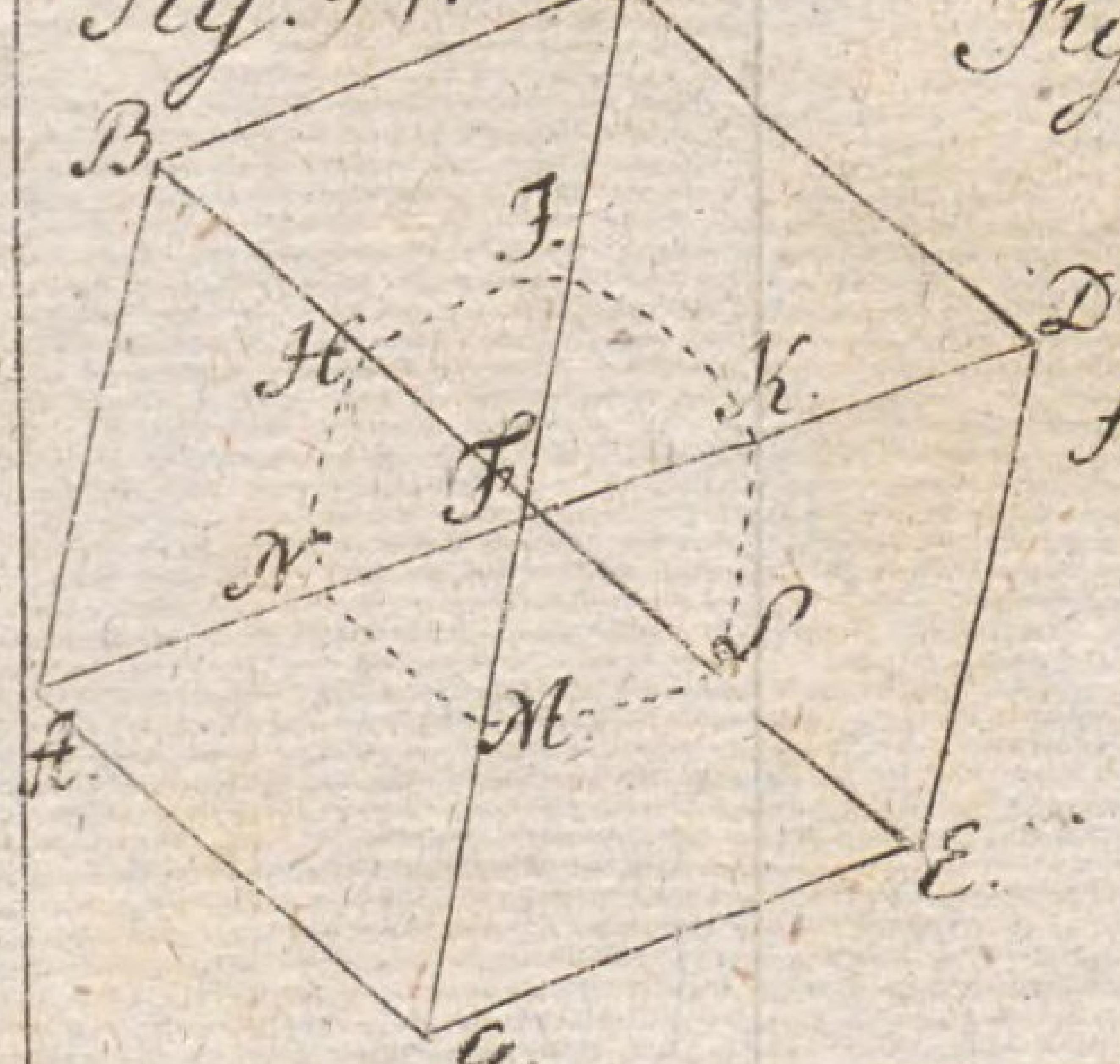


Fig: 98.

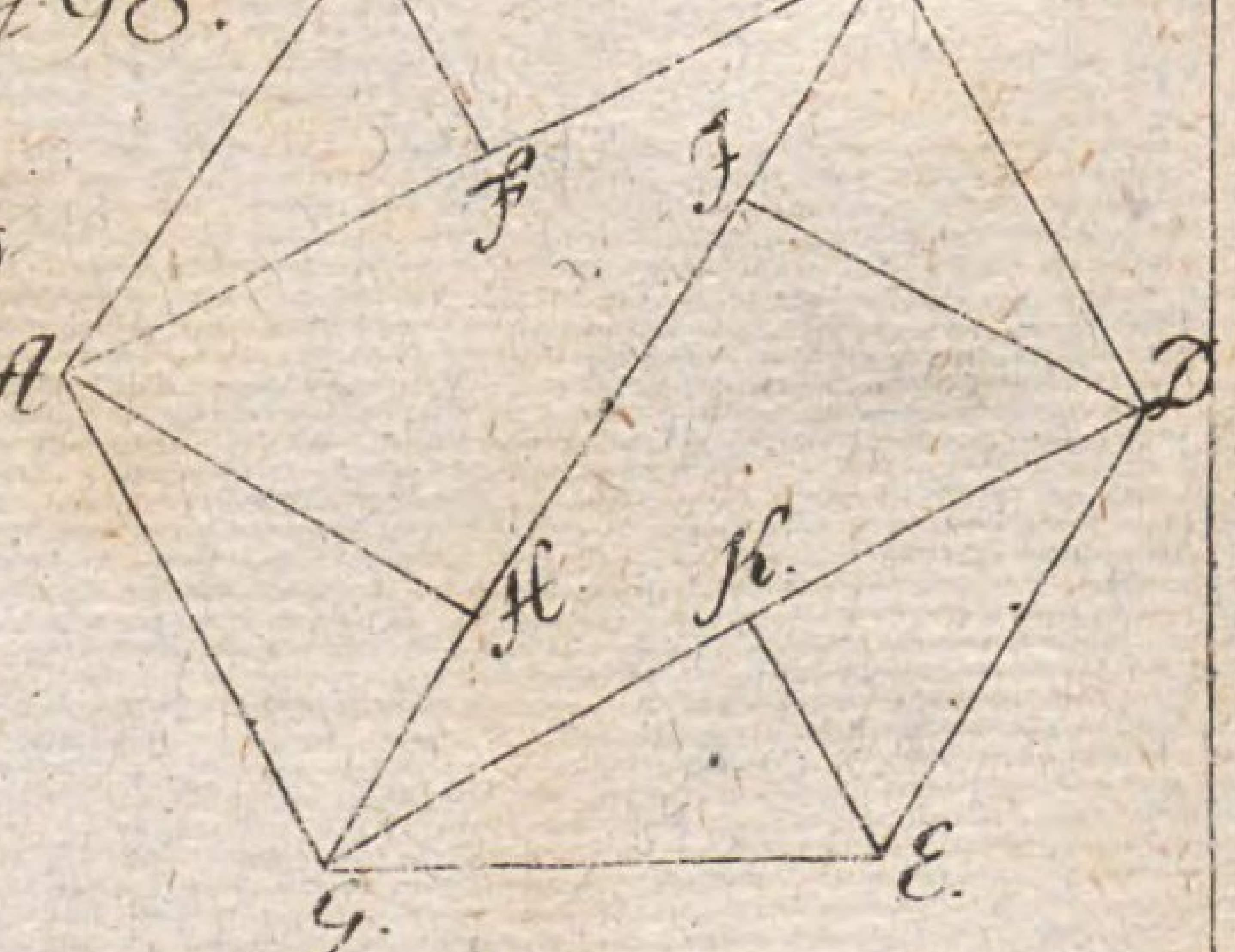


Fig: 99.

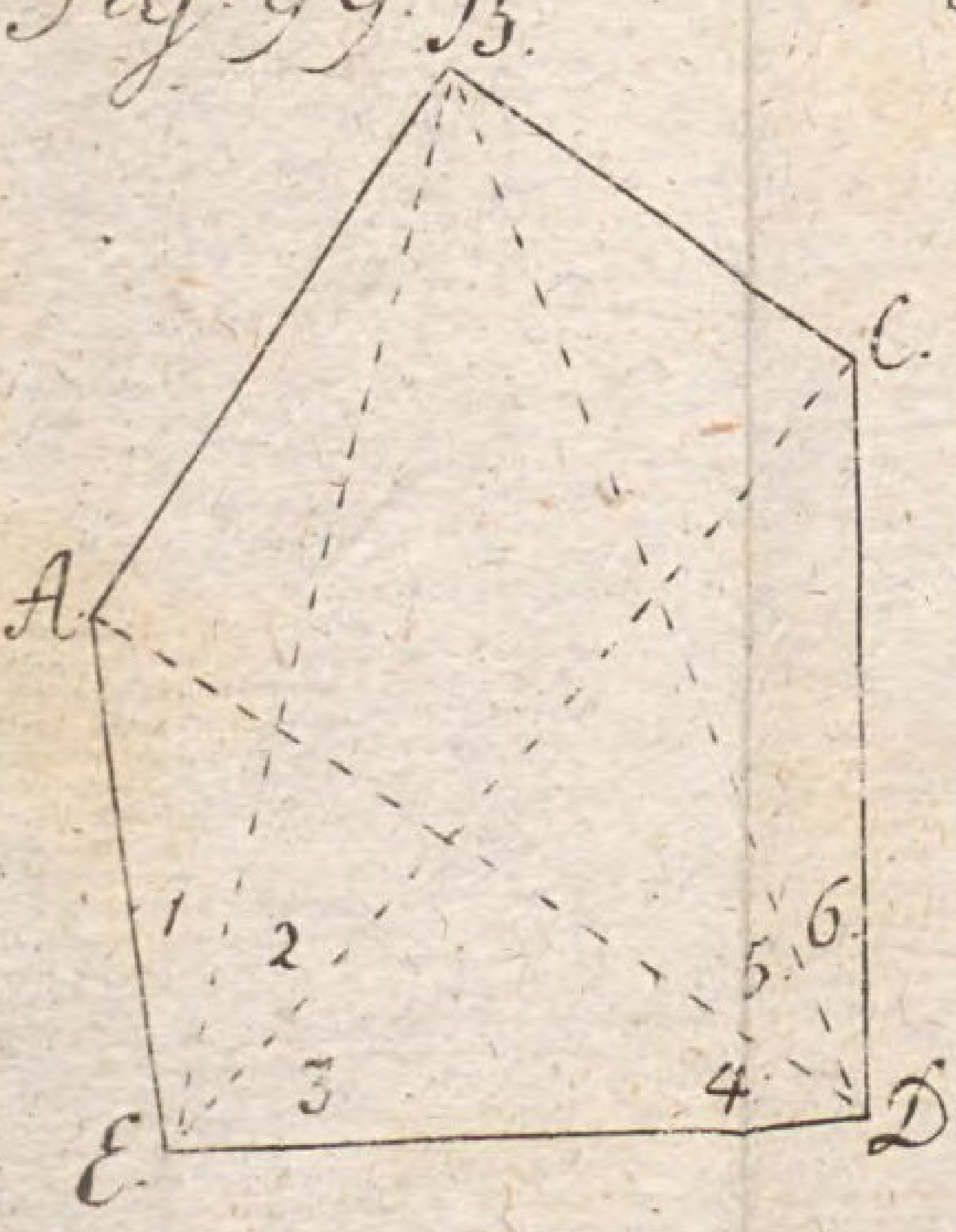


Fig: 100

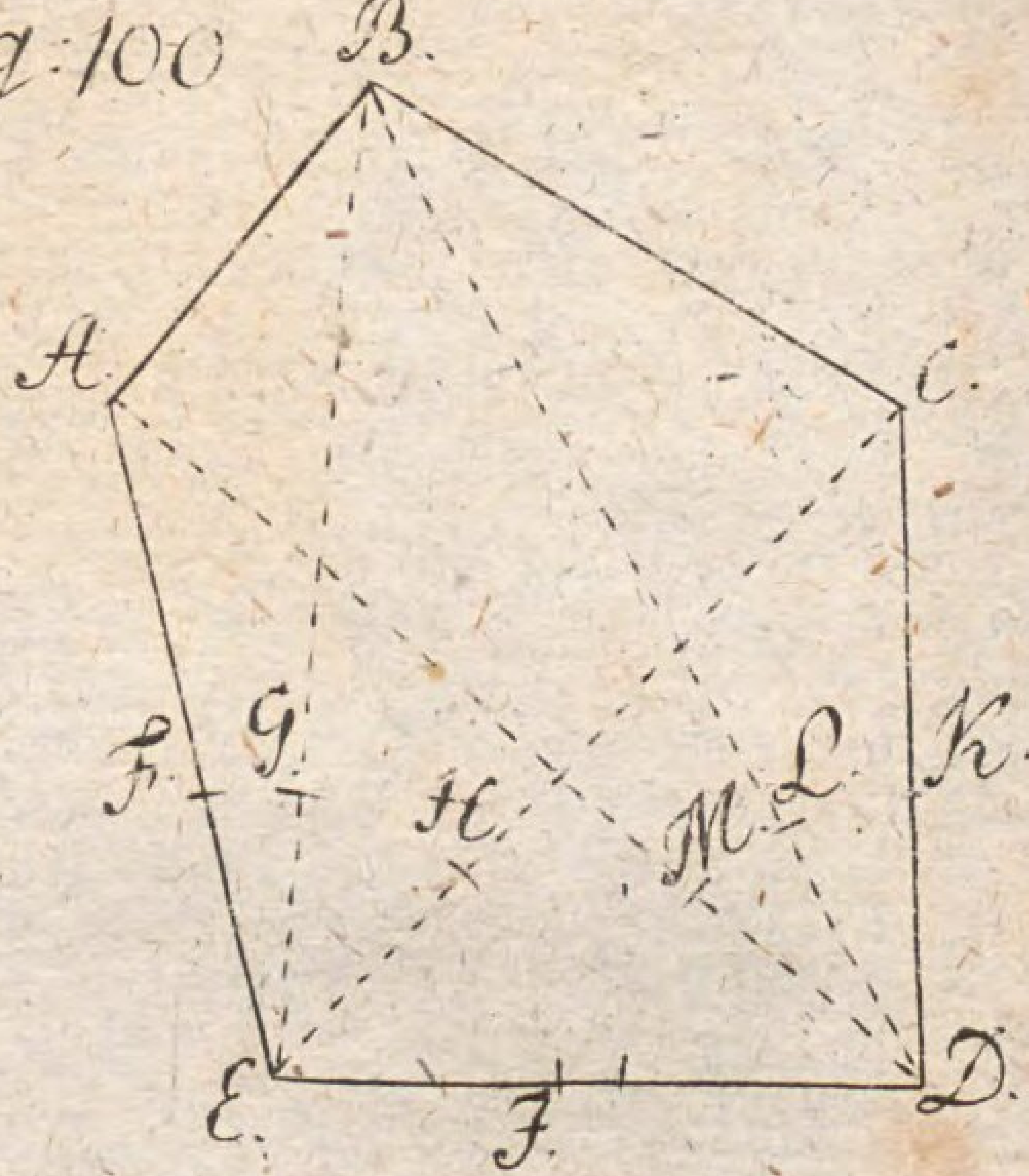


Fig: 101.

Fig: 102.

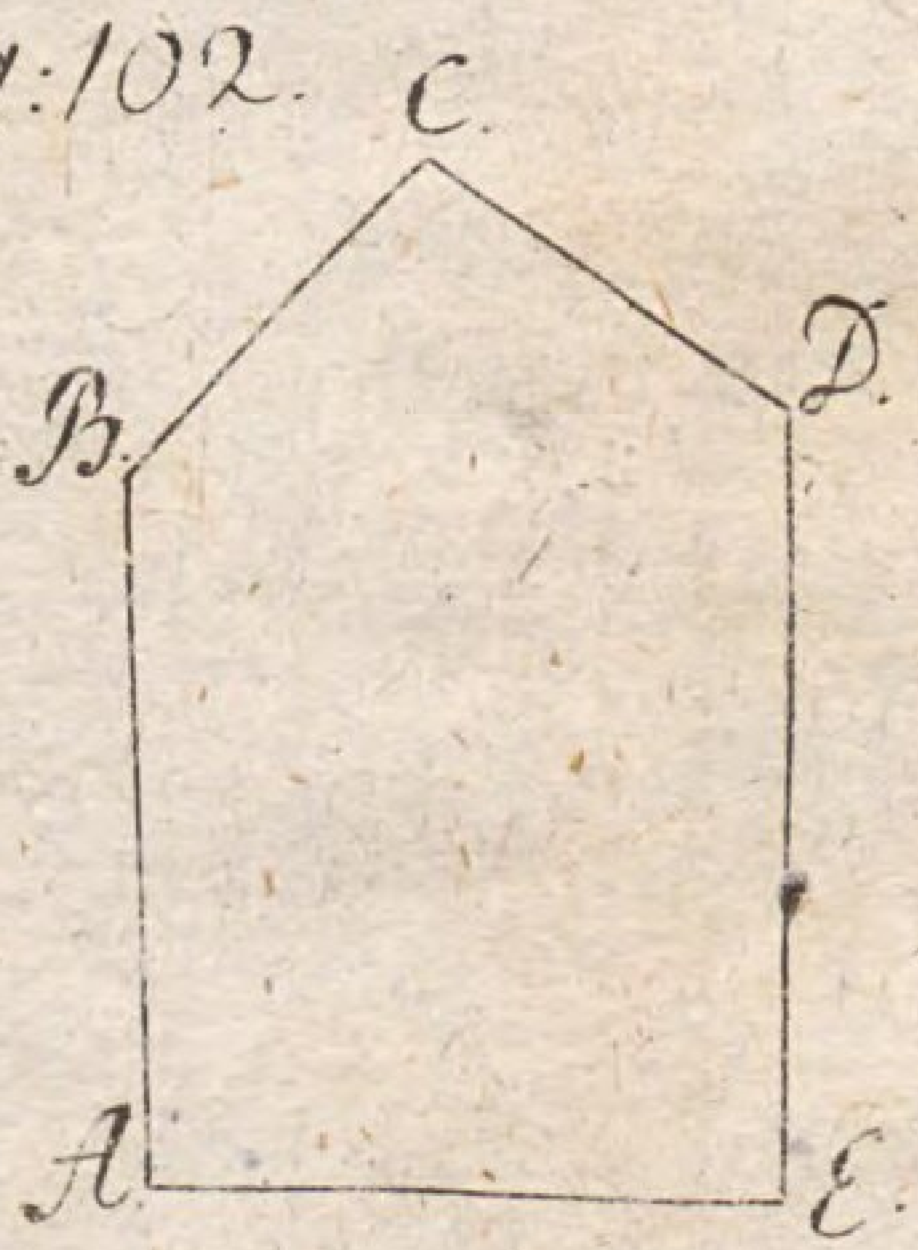


Fig: 103.

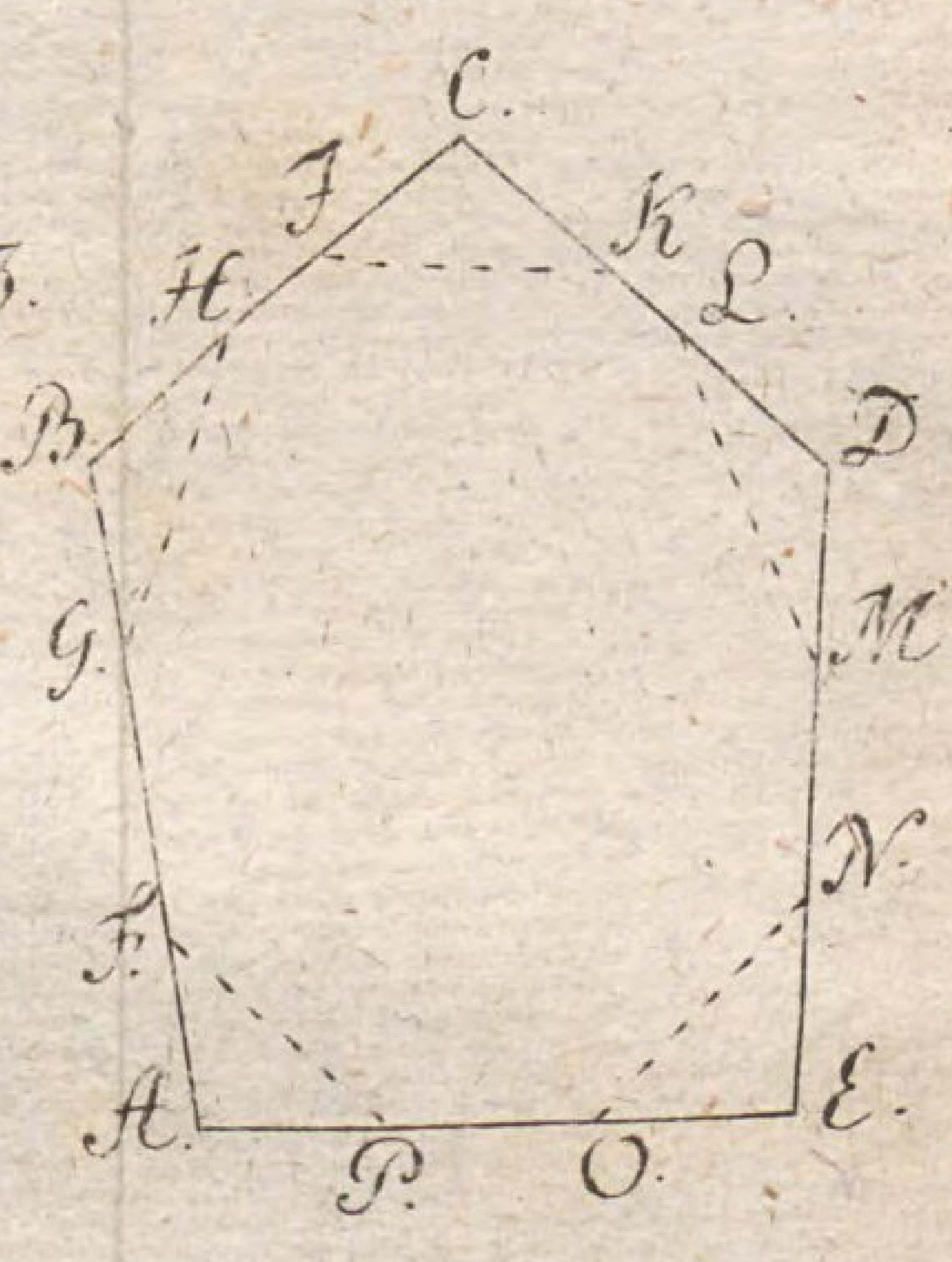


Fig: 104.

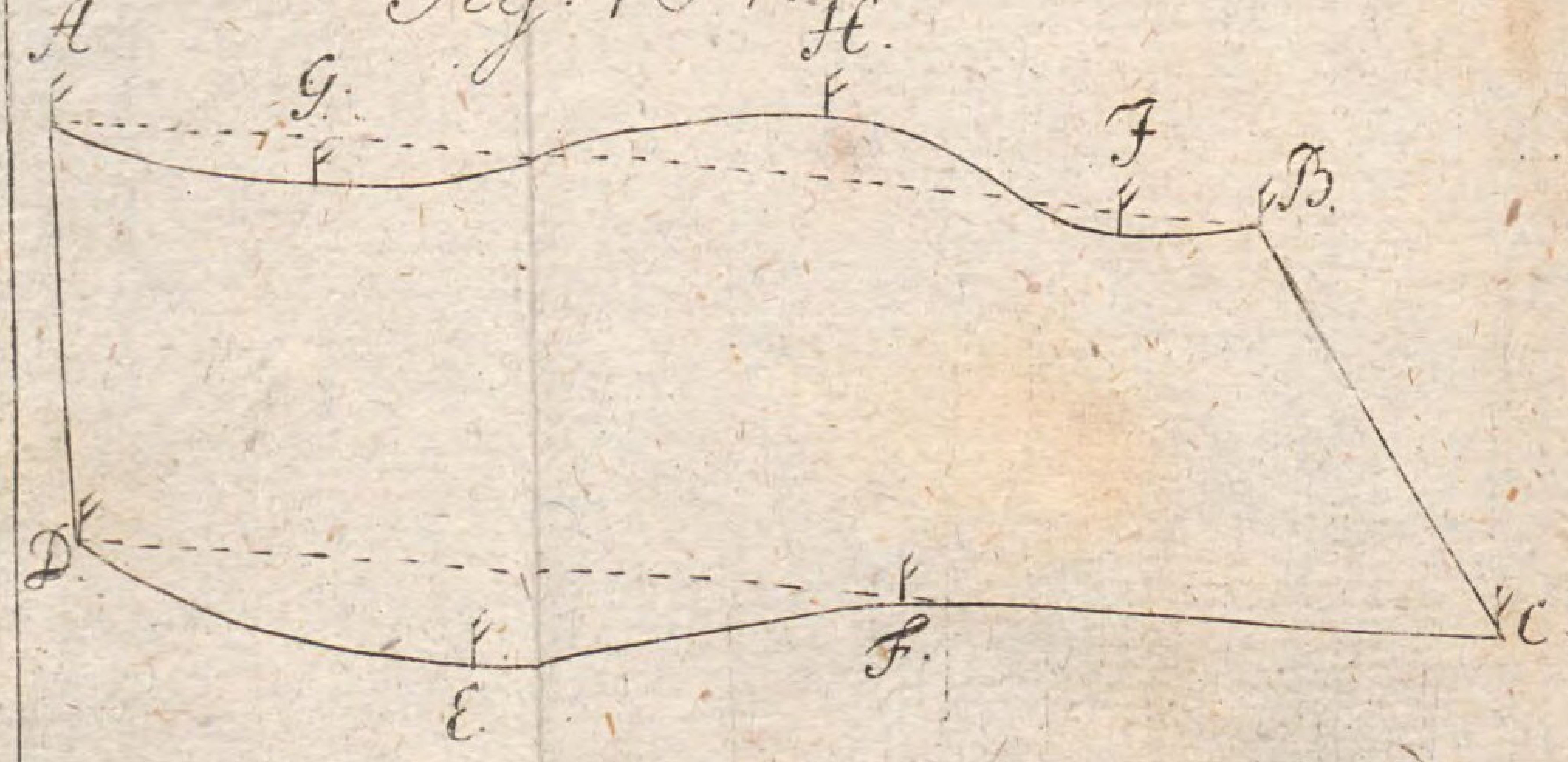


Fig: 105.

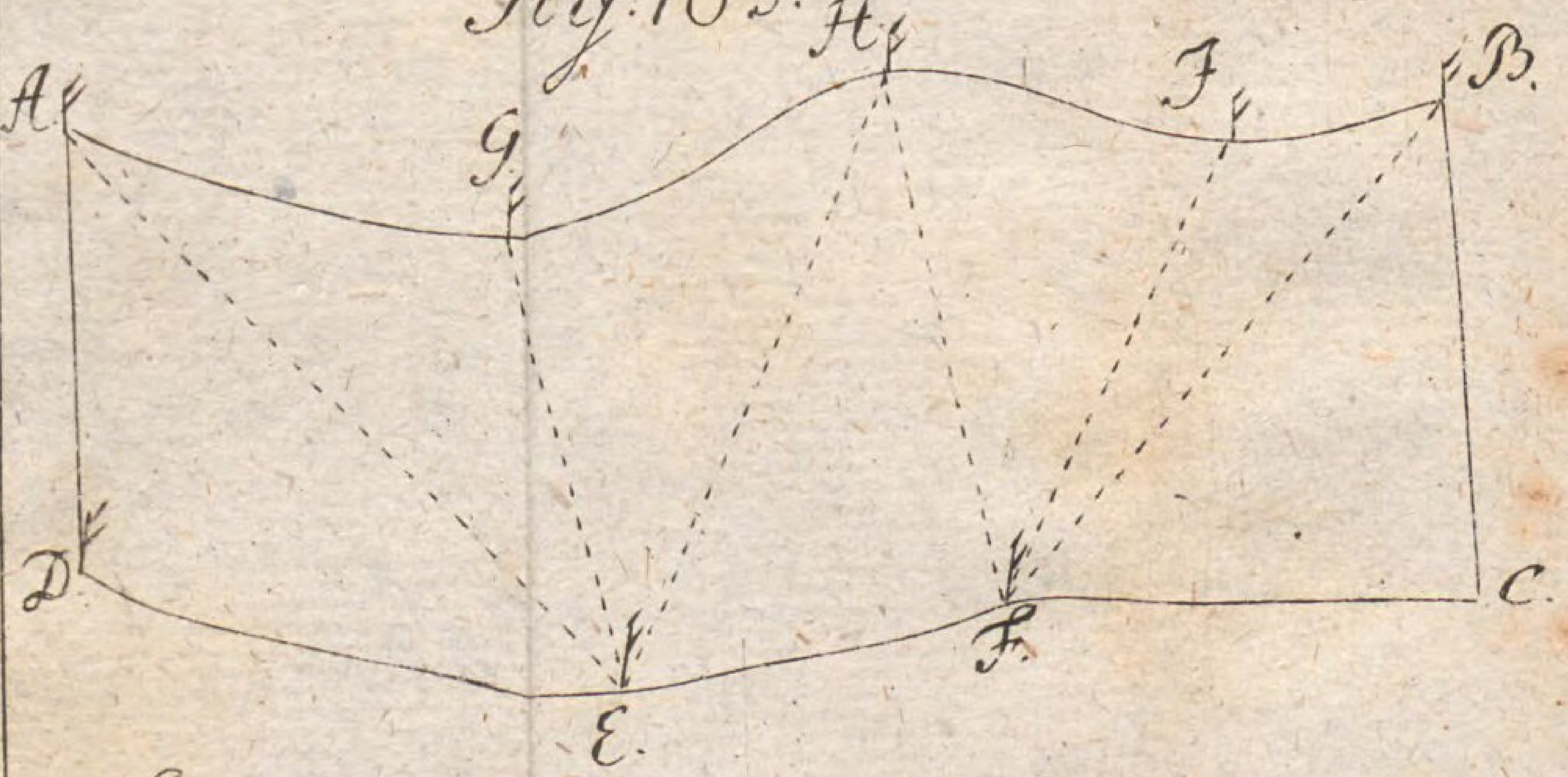


Fig: 106.

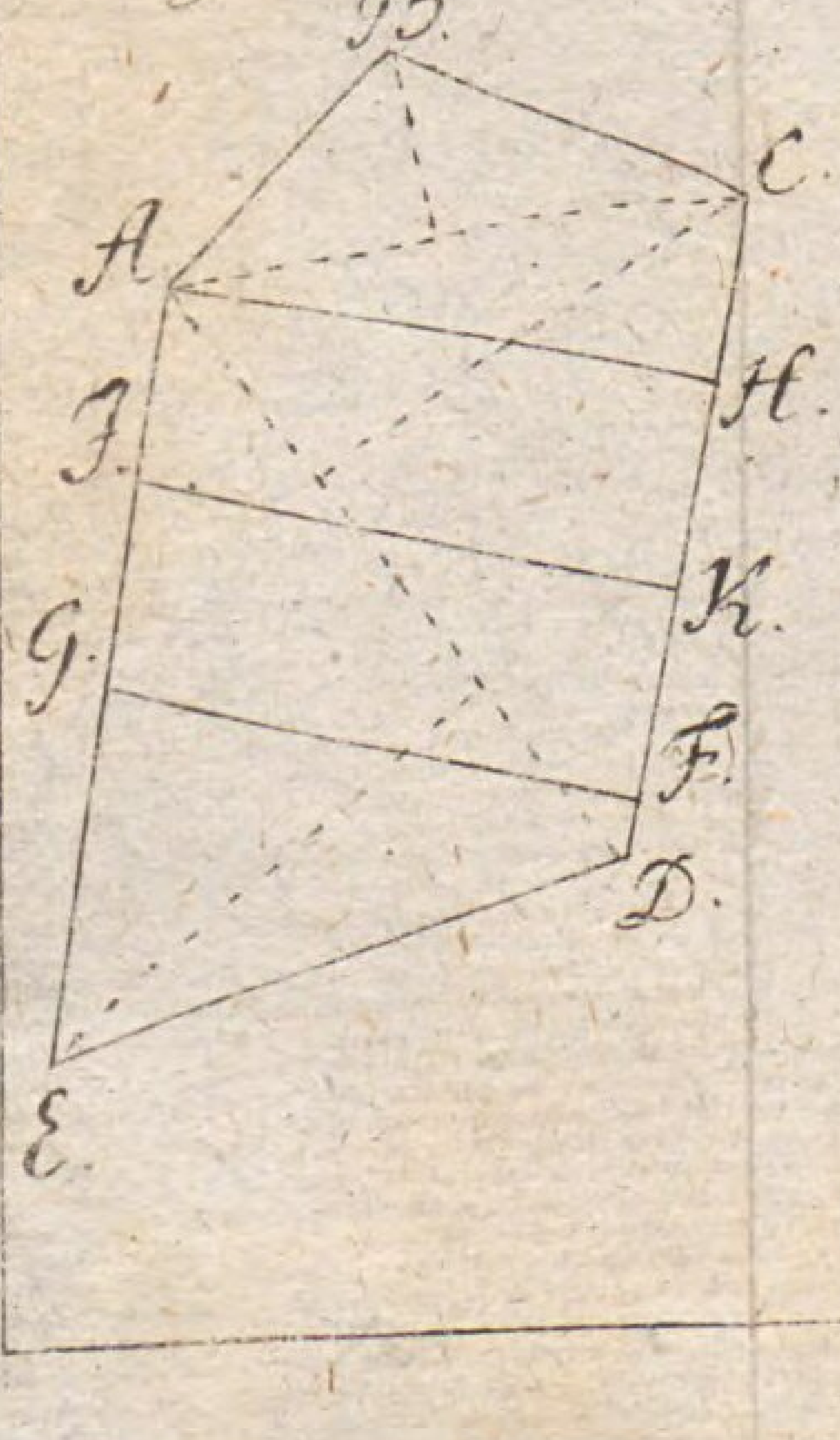


Fig: 107.

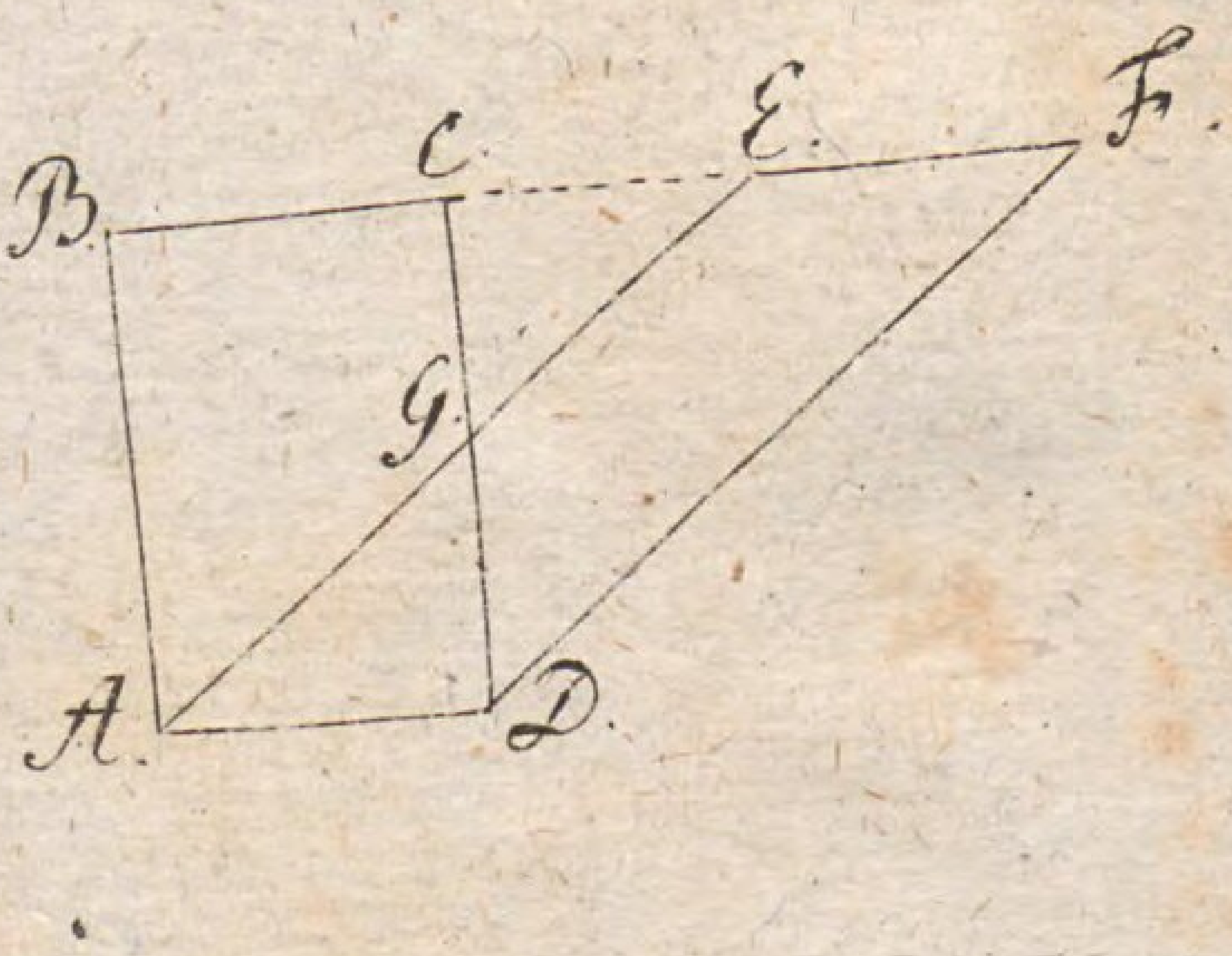


Fig:108.

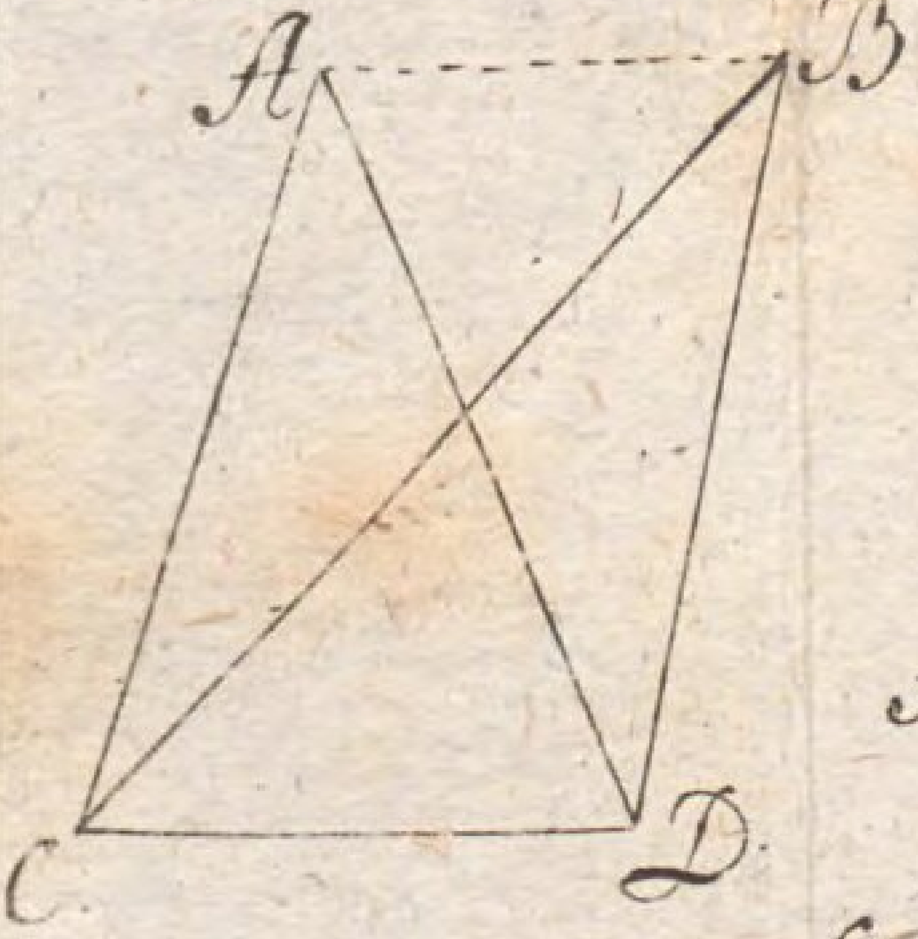


Fig:109.

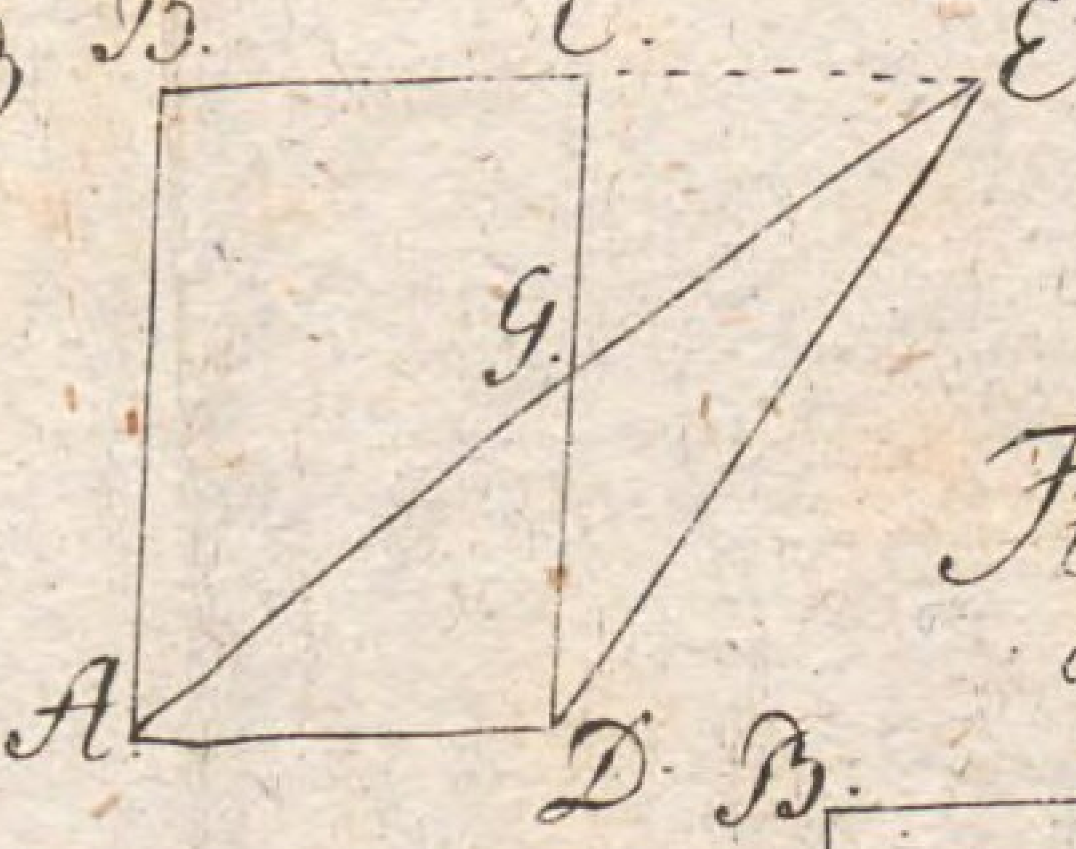


Fig:110.

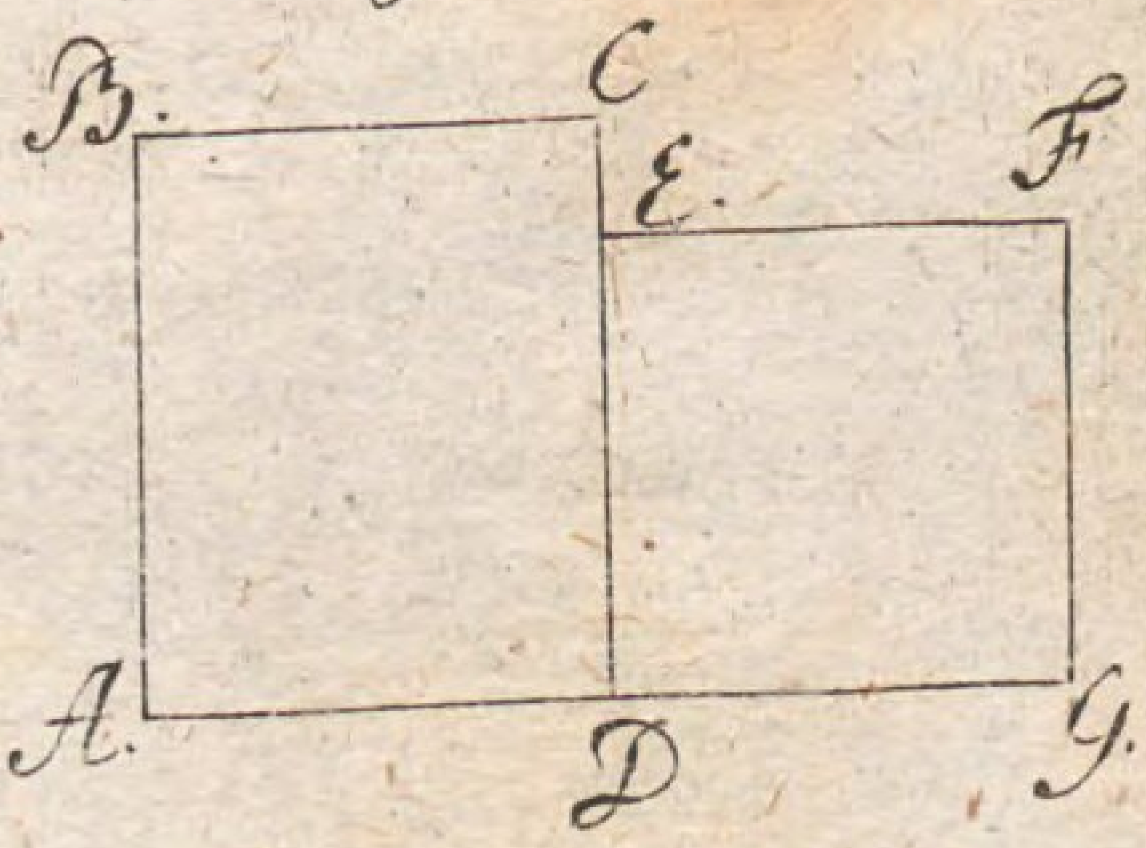


Fig:111.

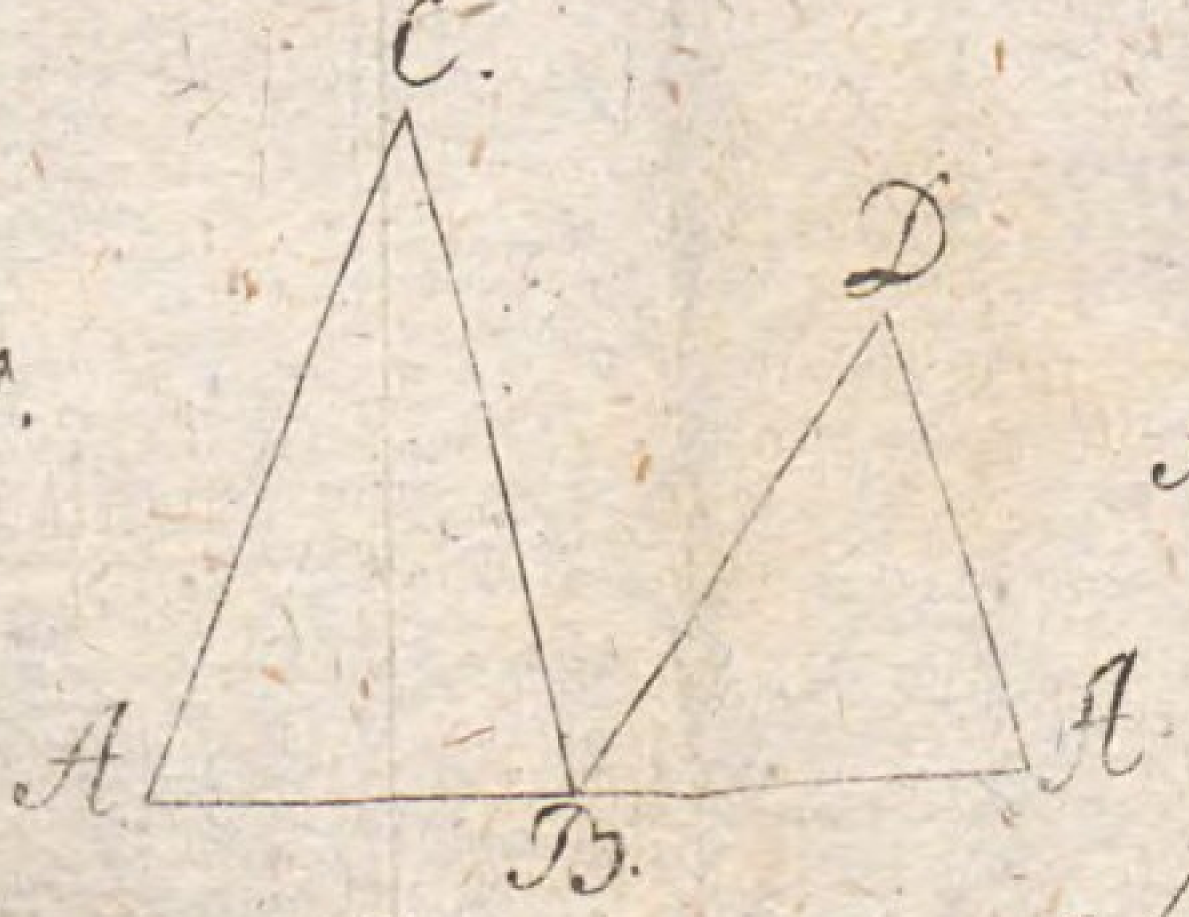
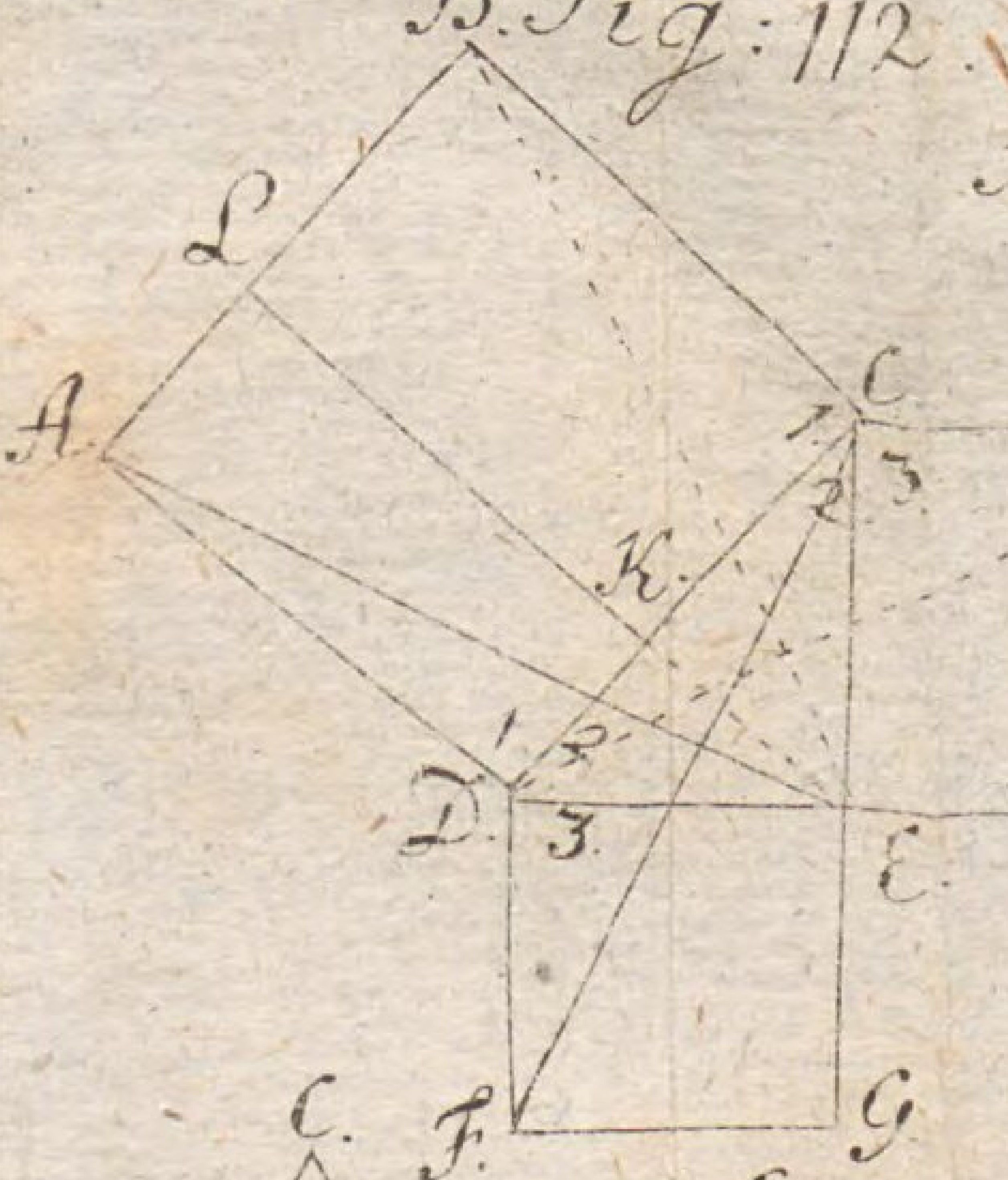
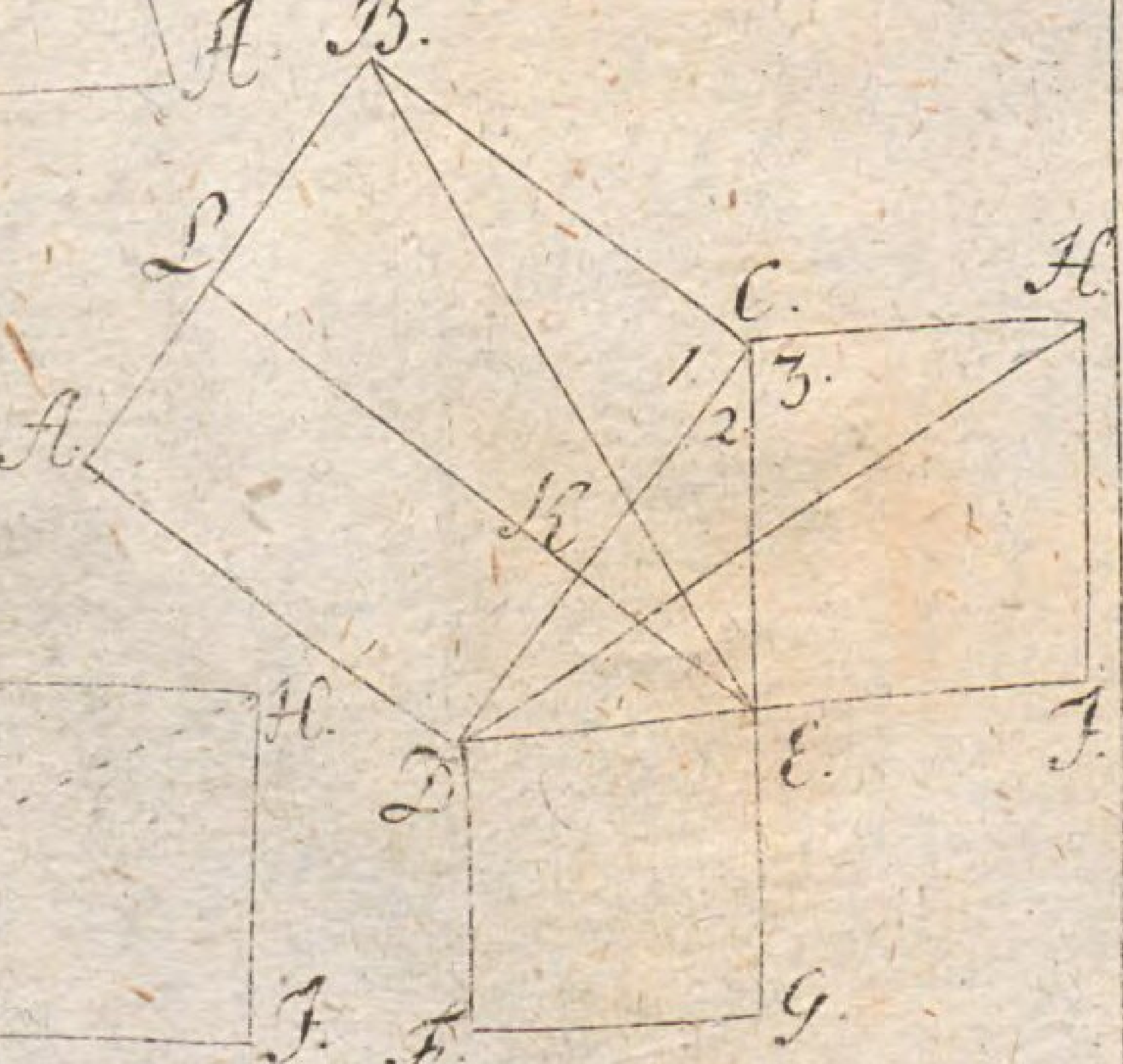


Fig:112.





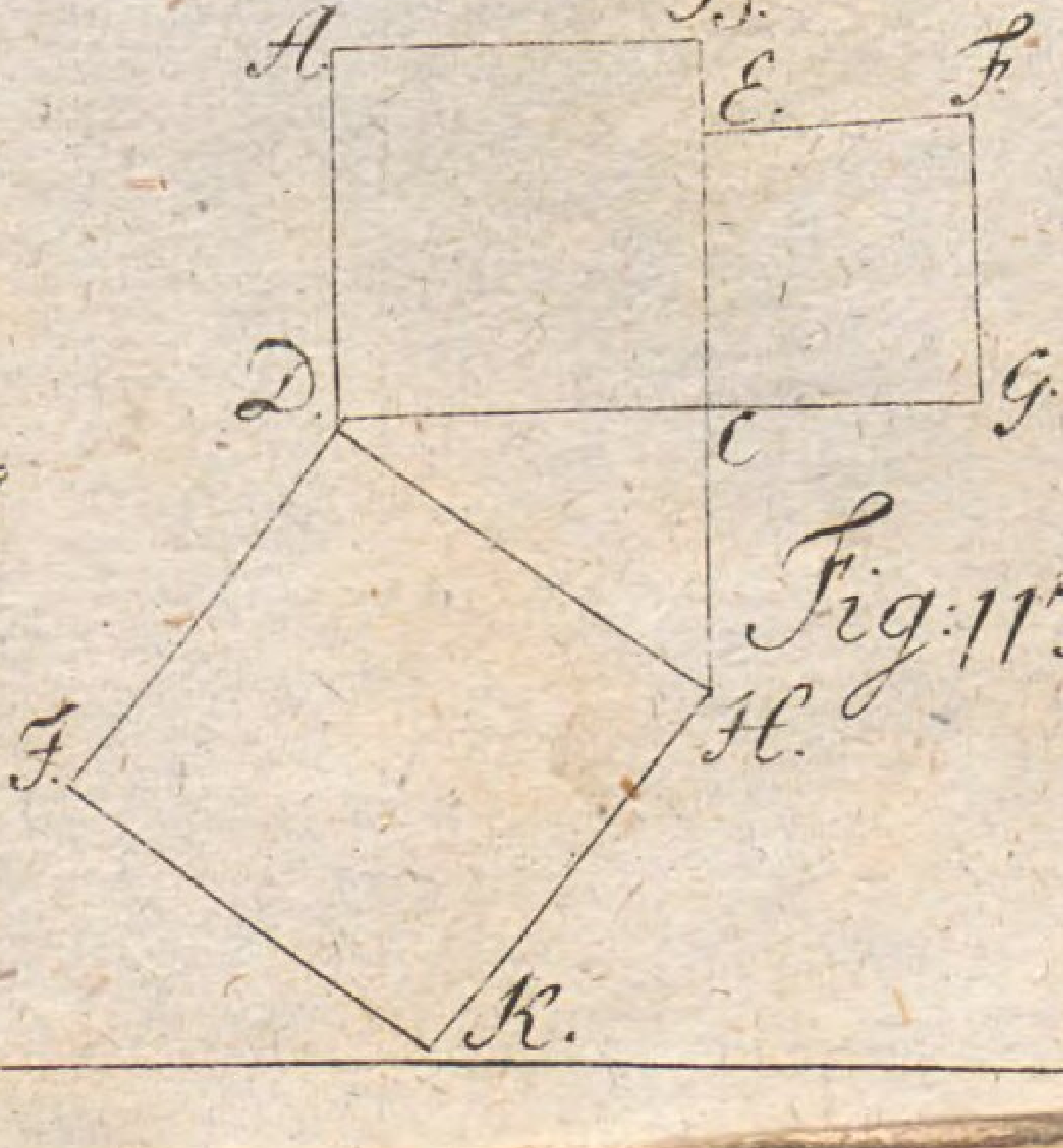


Fig:113

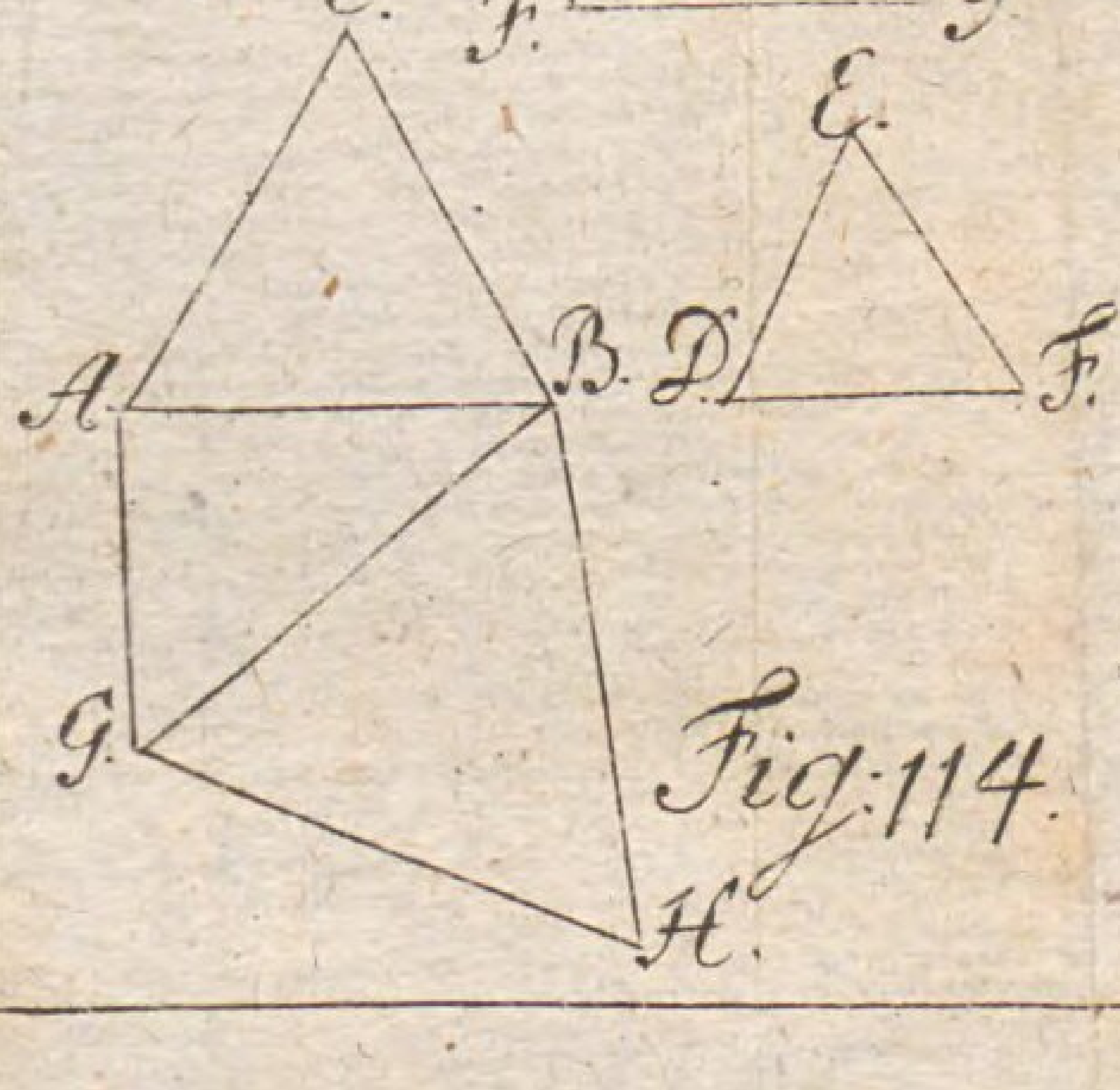


Fig:114.

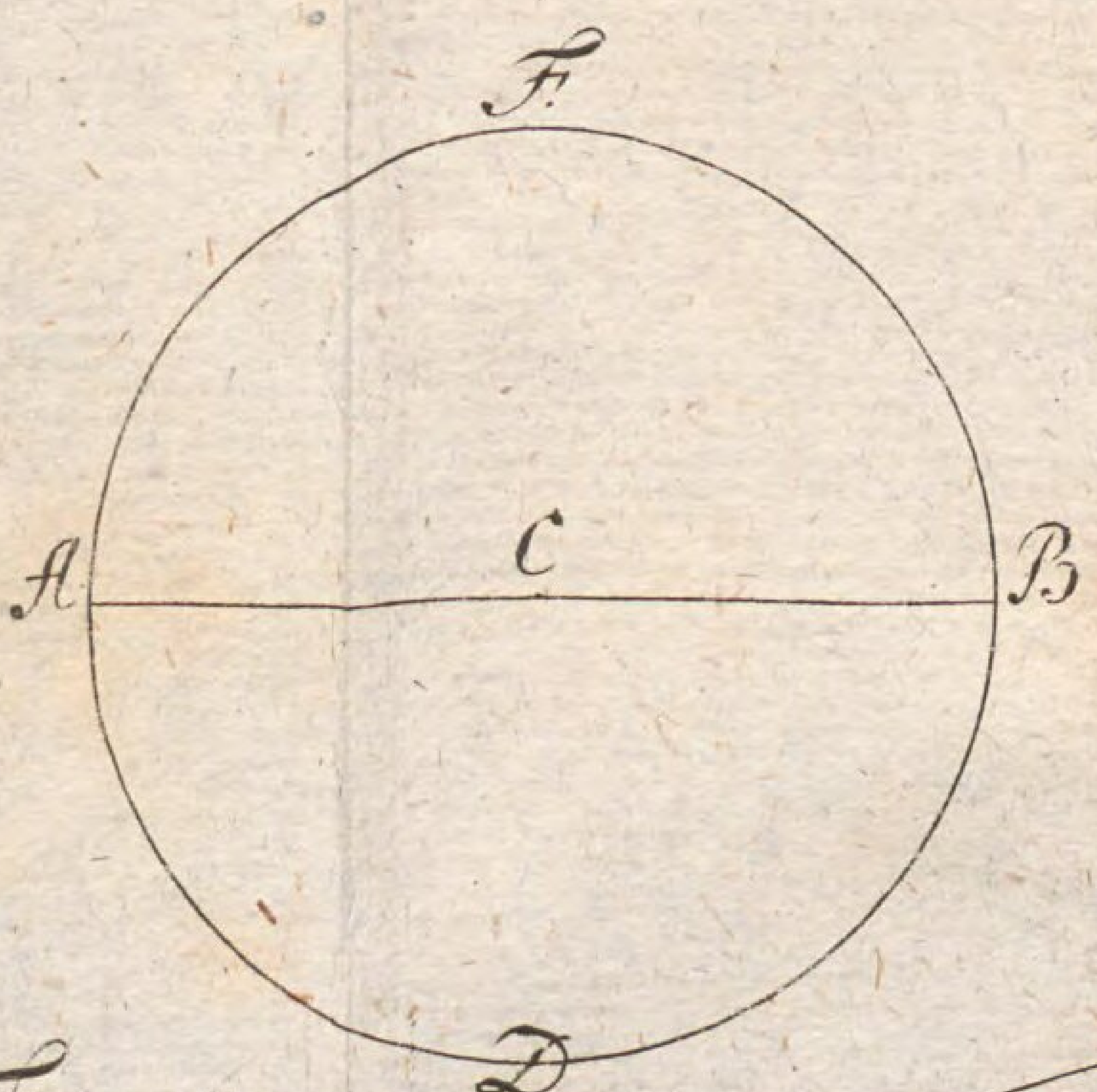


Fig: 115

Fig: 116.

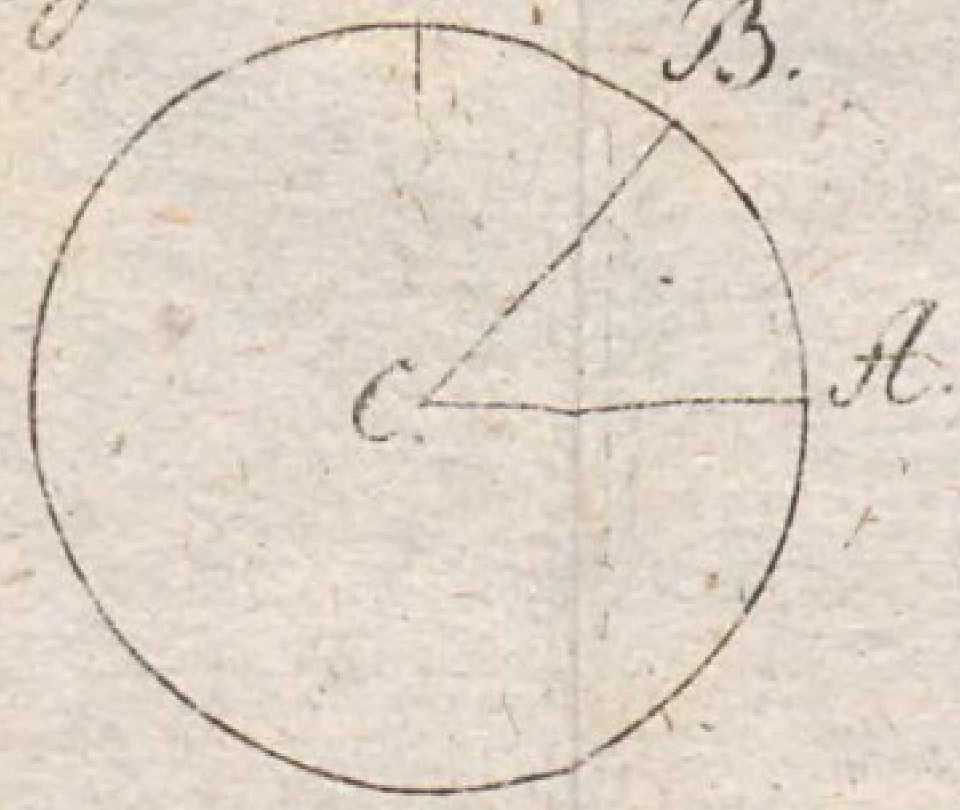
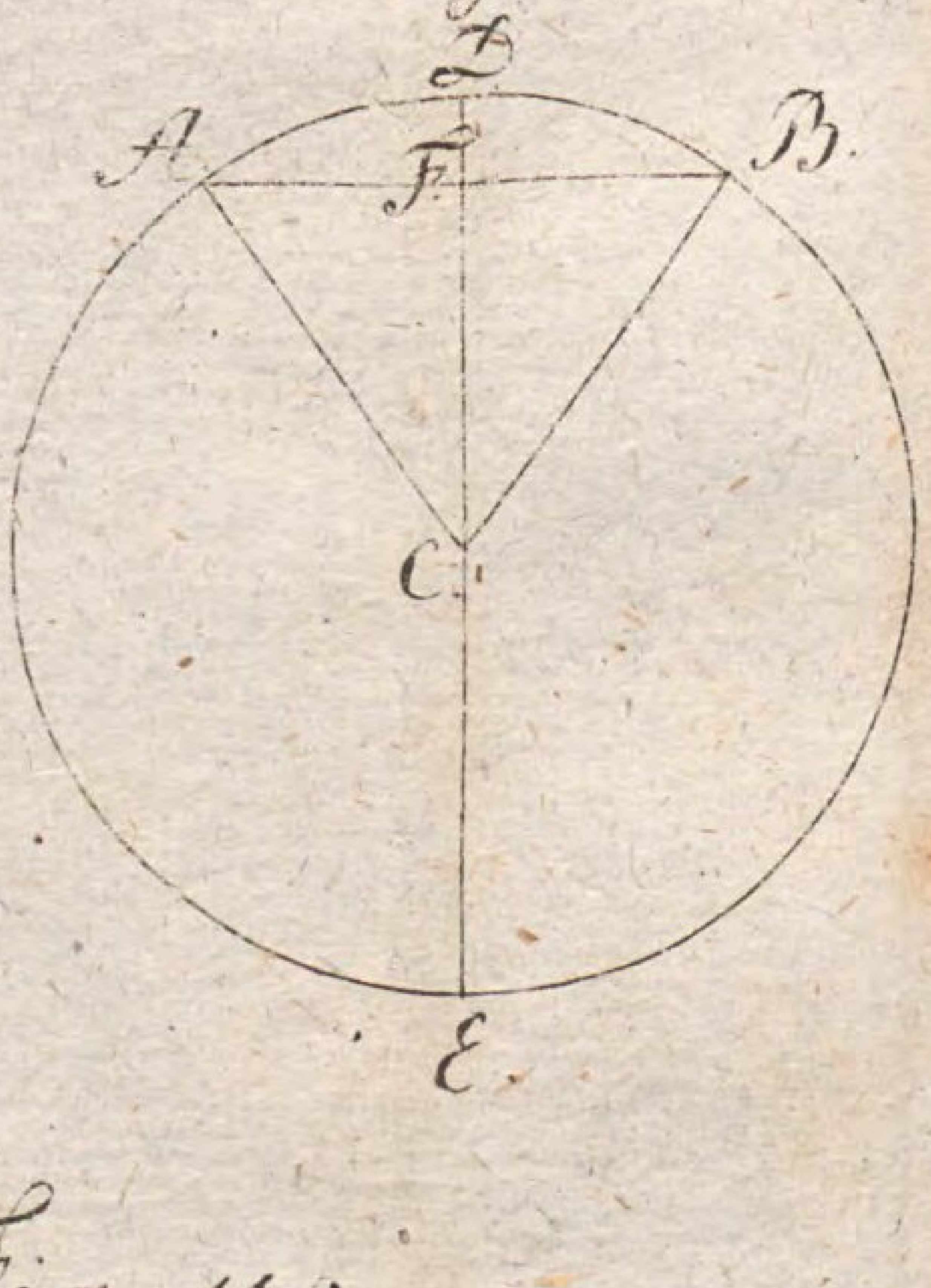


Fig: 117.



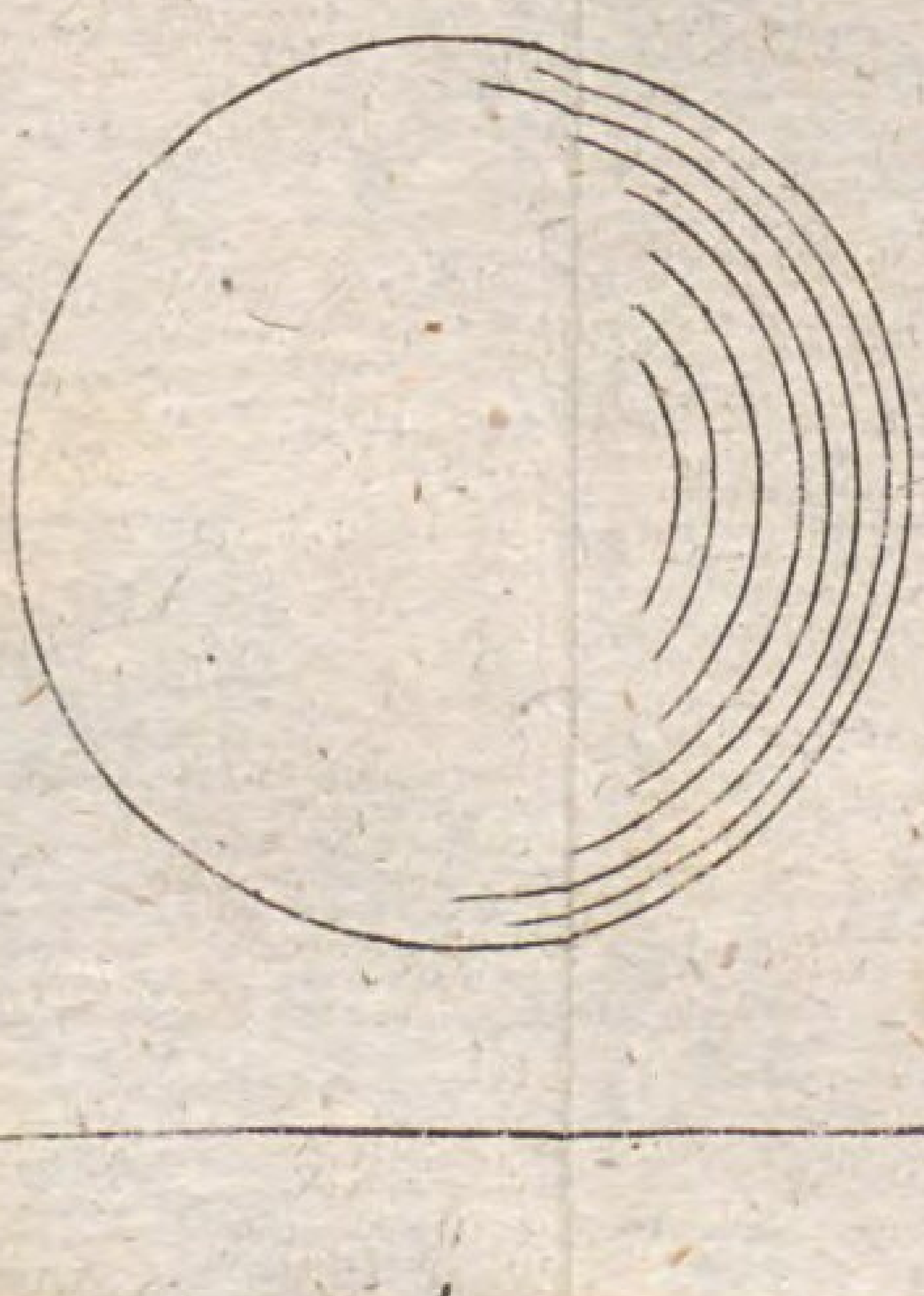


Fig: 118.

Tab: XVII.

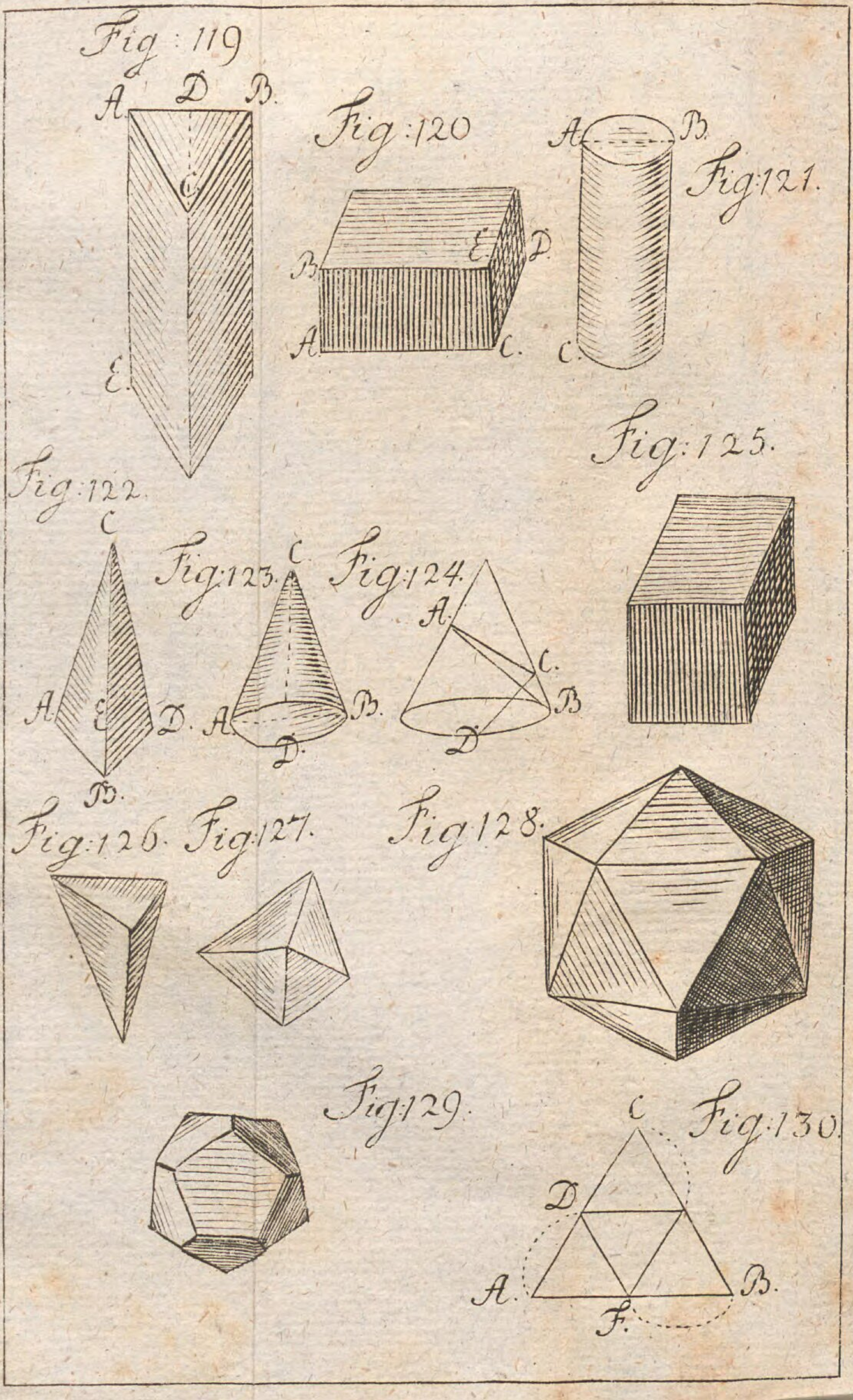


Fig: 119
A. D B.
C
E.
Fig: 120
B E. D.
A. C.
A B.
Fig: 121.
C.
Fig: 125.
Fig: 122.
C
A E D.
B.
Fig: 123.
C
A. D. B.
Fig: 124.
A.
C.
B
D
Fig: 126.
Fig: 127.
Fig: 128.
Fig: 129.
C
Fig: 130.
D
A. F. B.

Fig: 131.

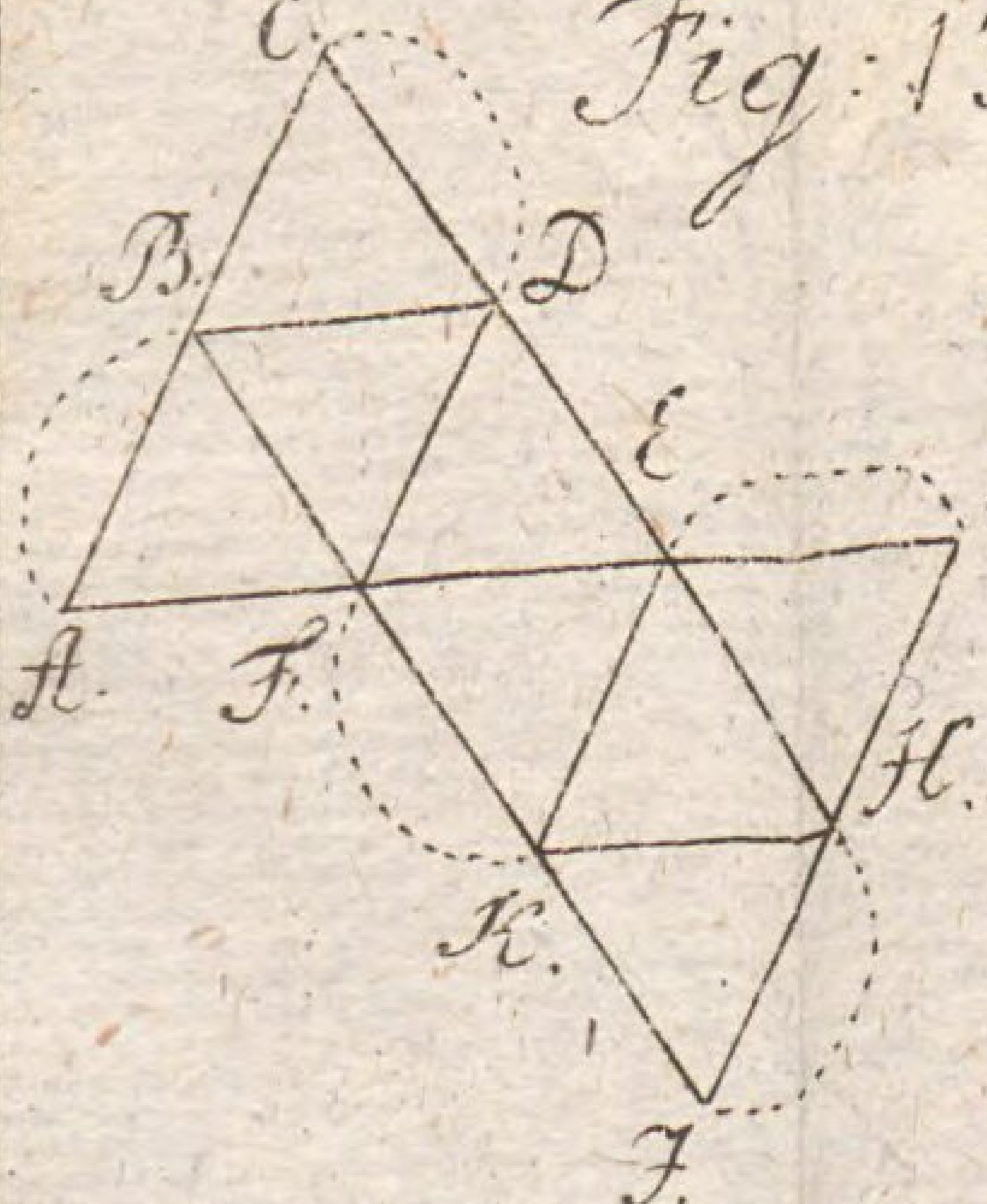


Fig: 132.

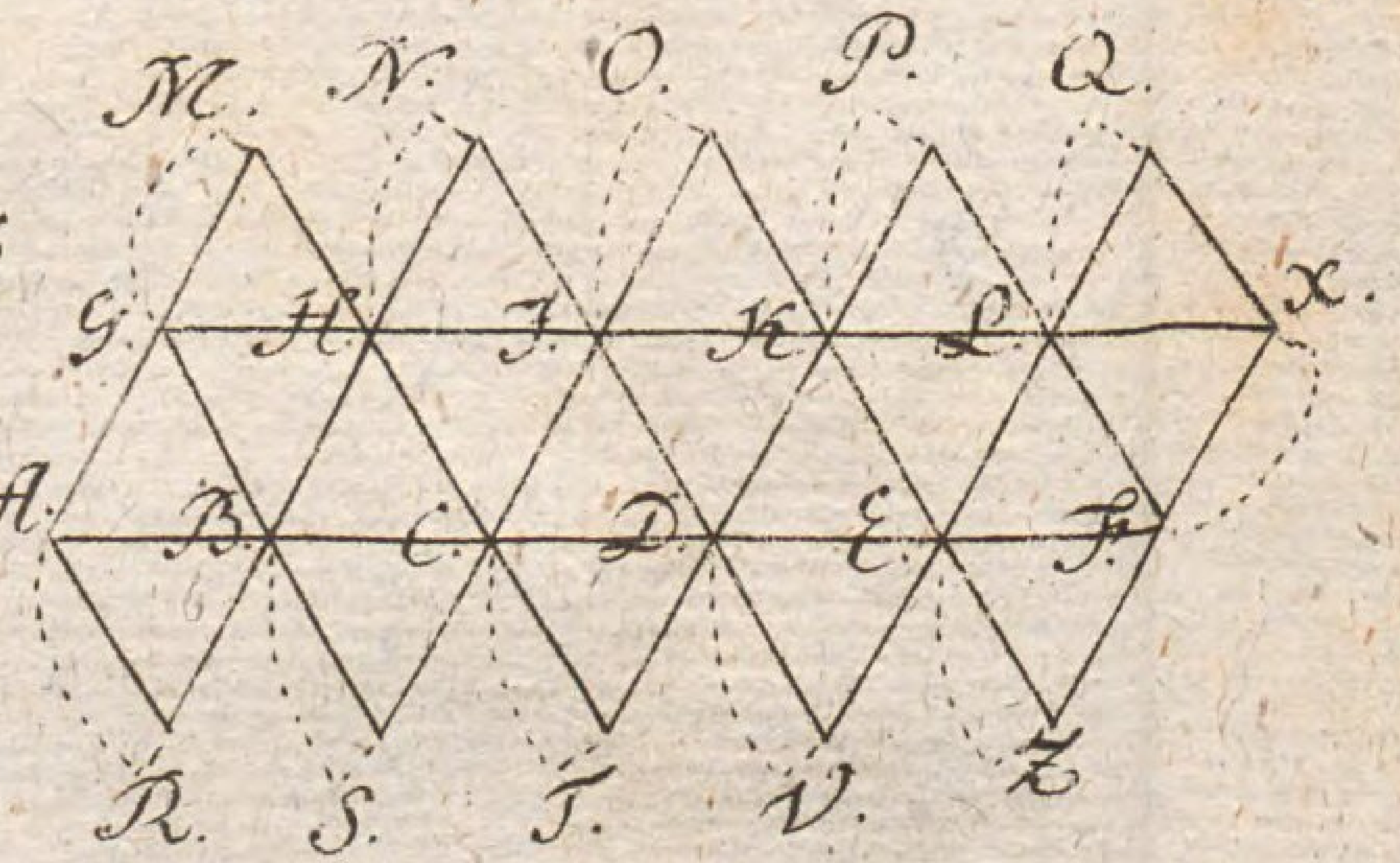


Fig: 133.

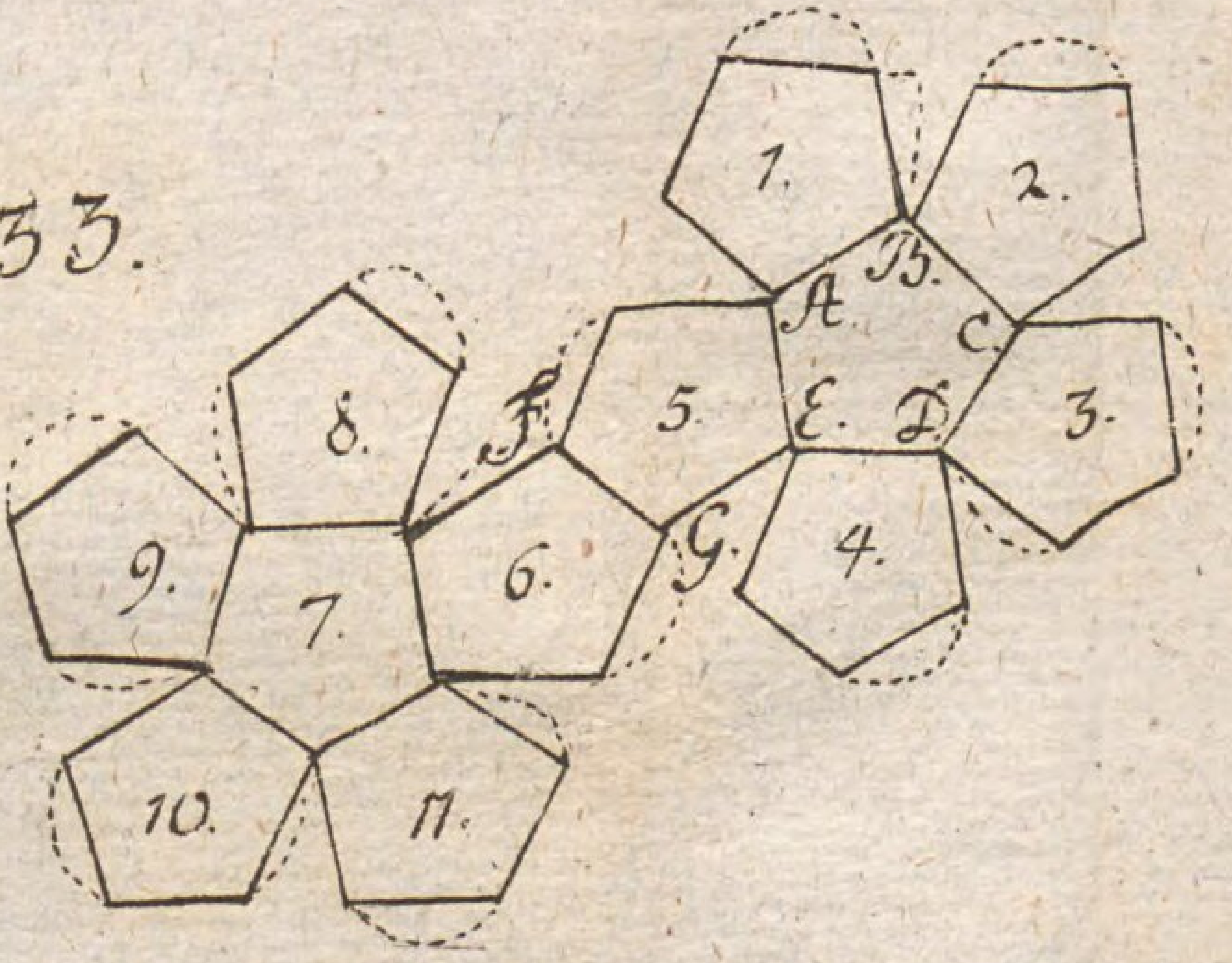


Fig: 134.

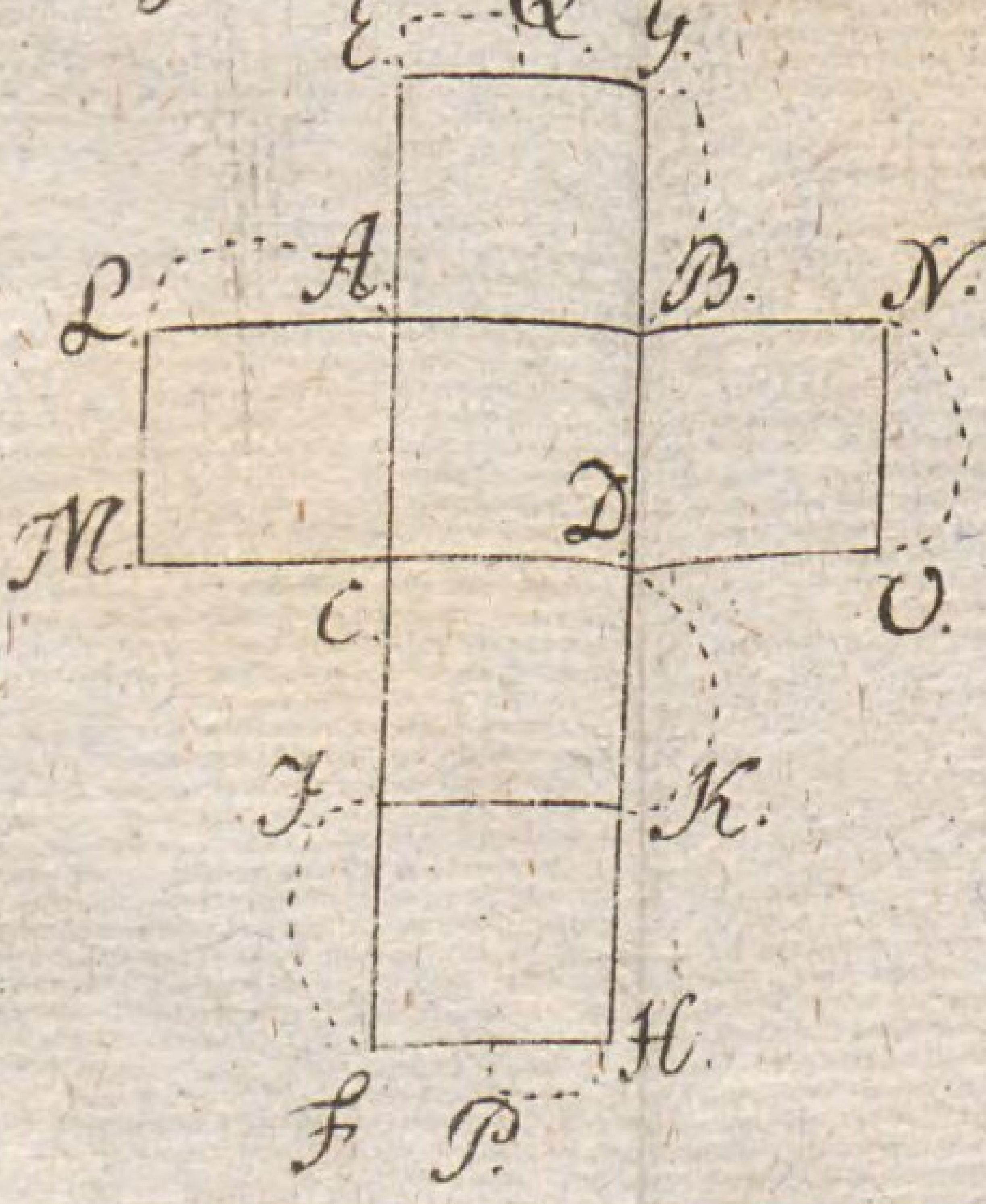


Fig: 135

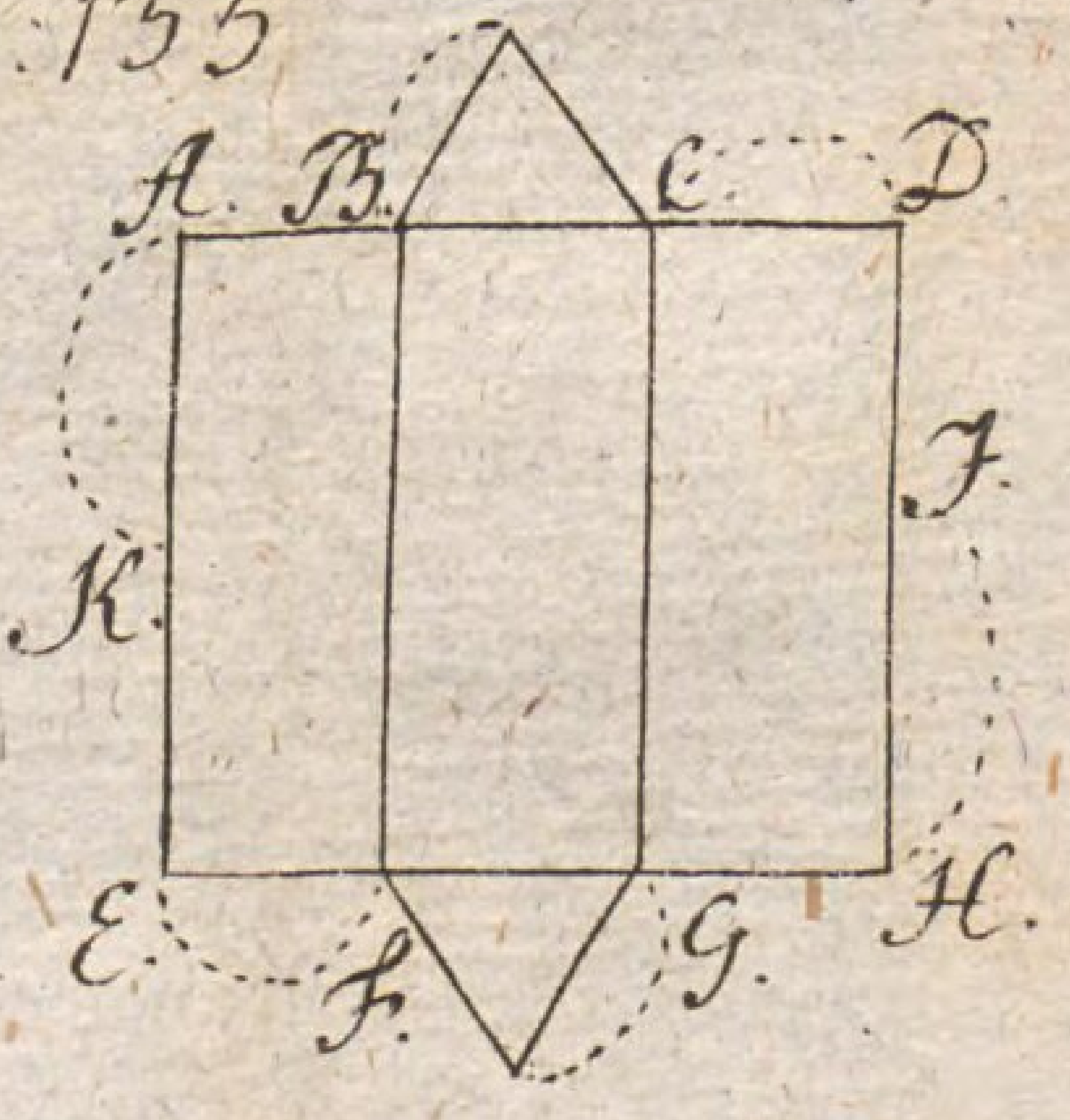


Fig: 136.

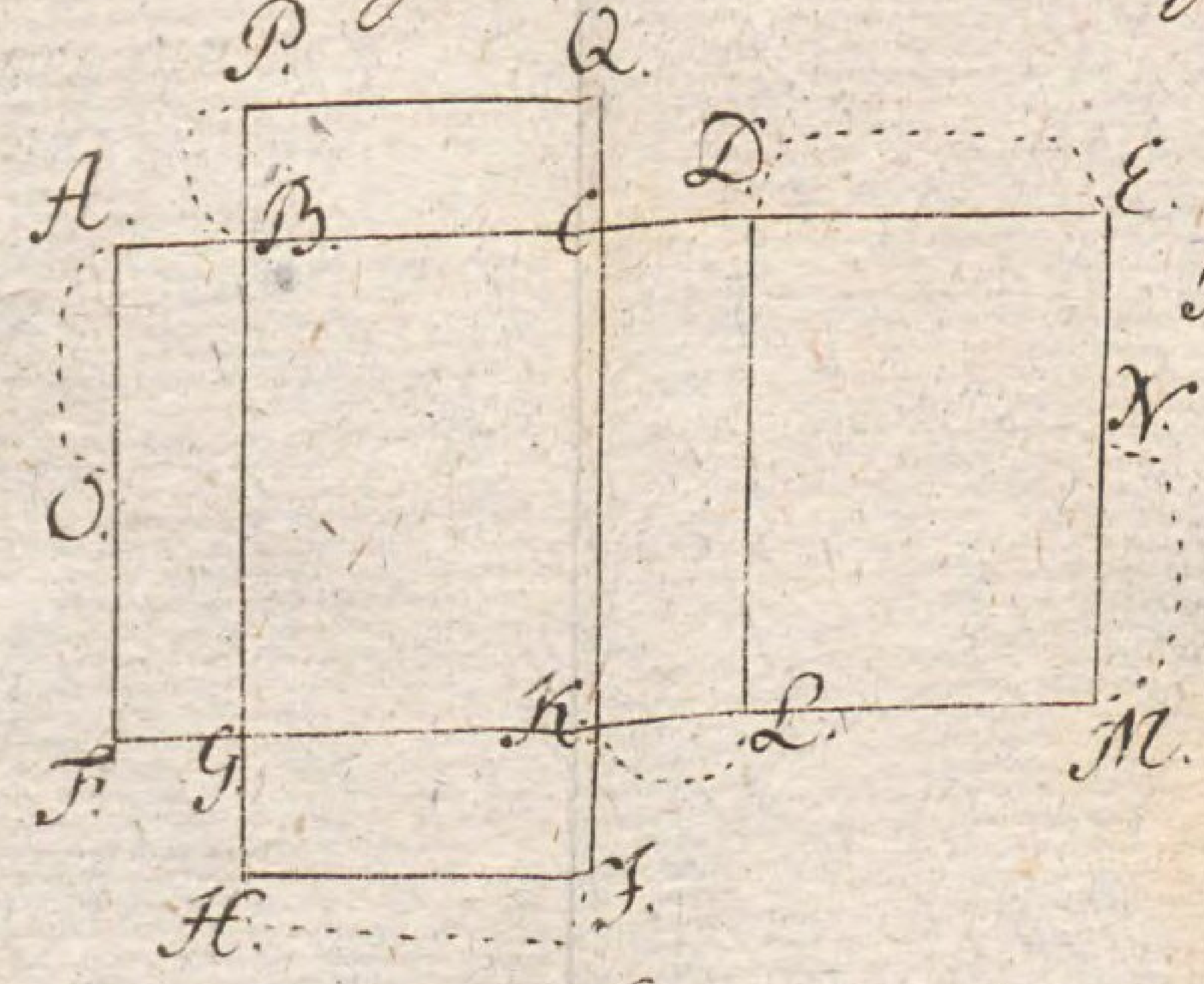


Fig: 137.

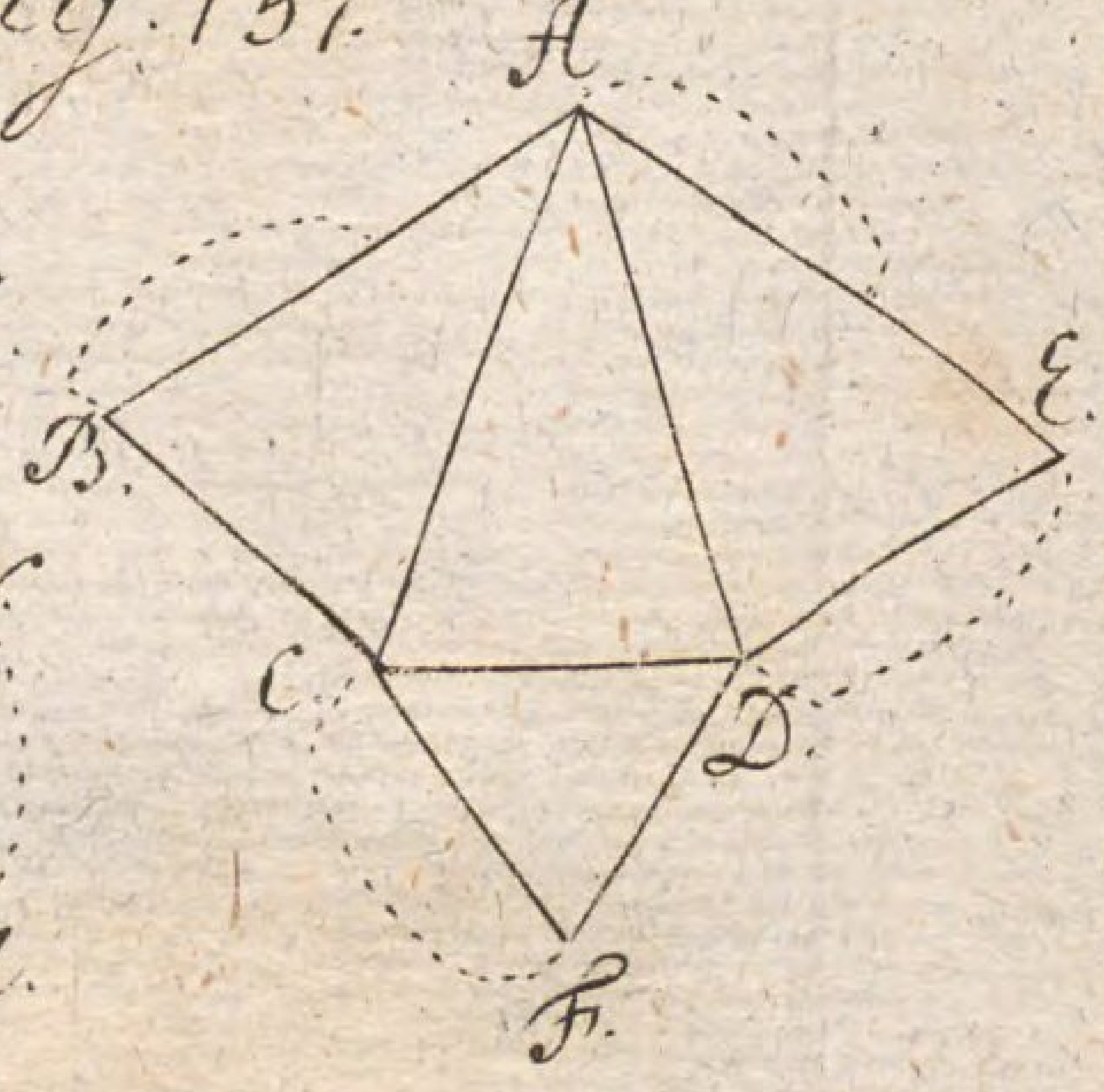


Fig: 138.

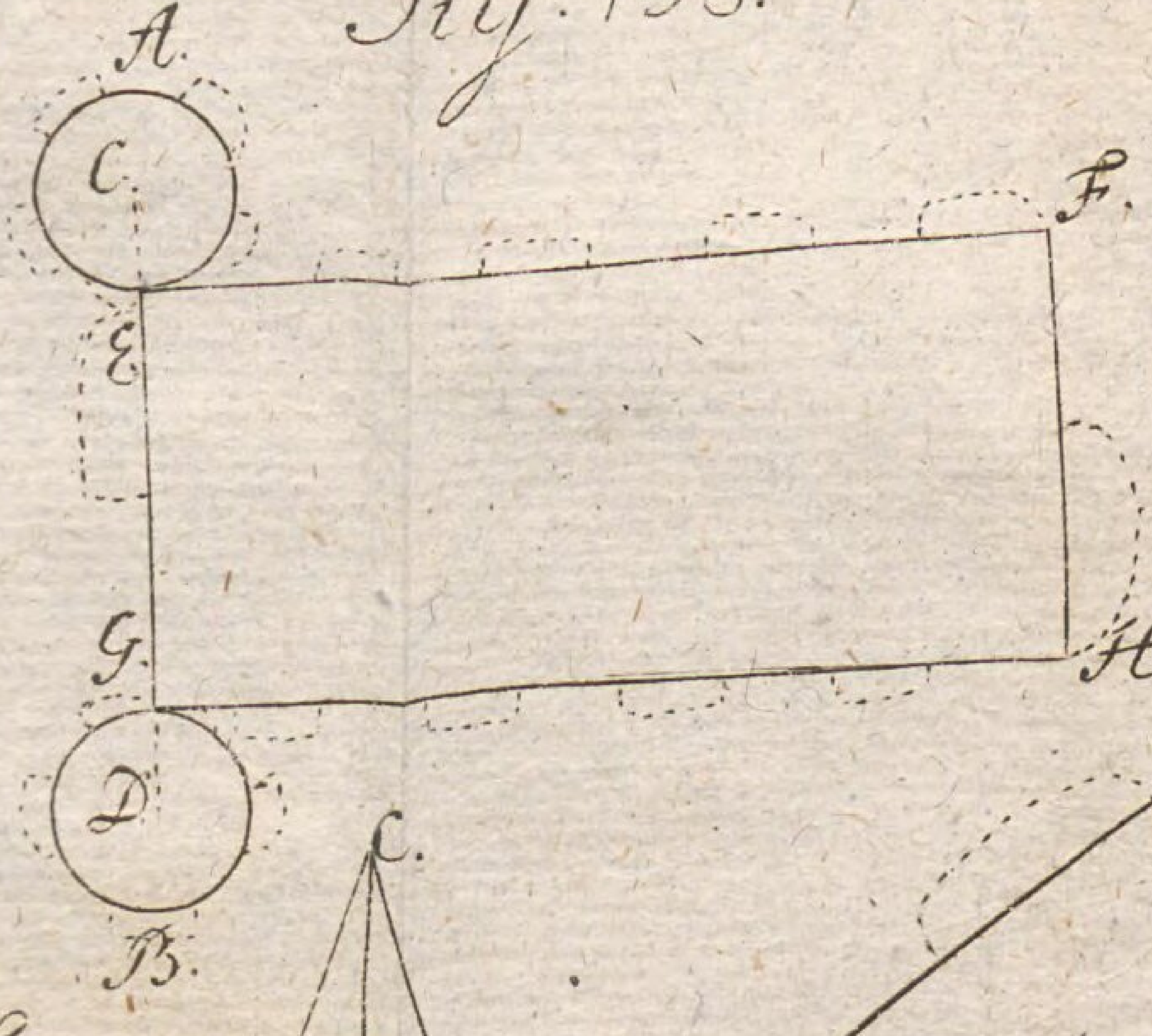


Fig: 139.

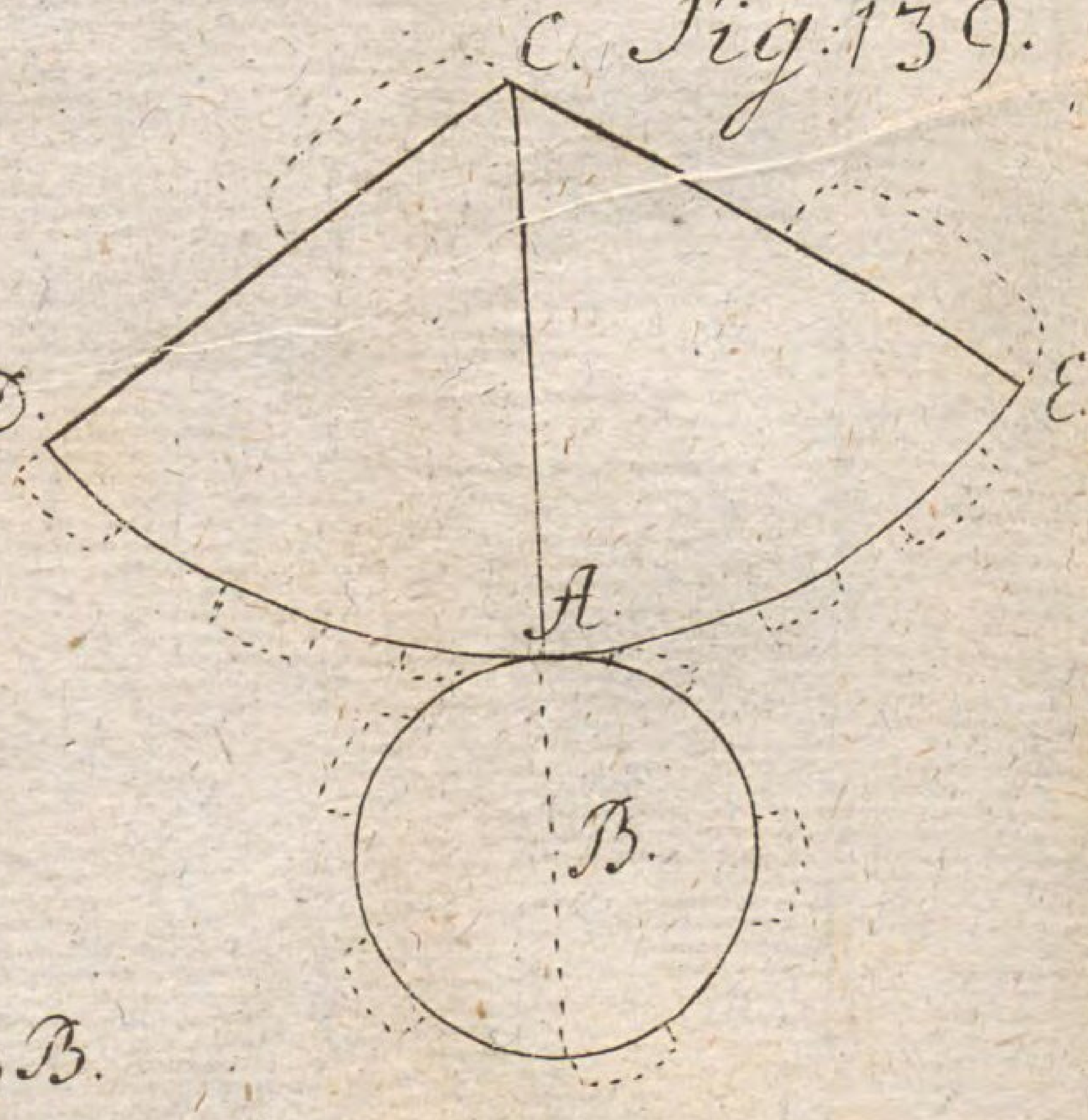


Fig: 140.

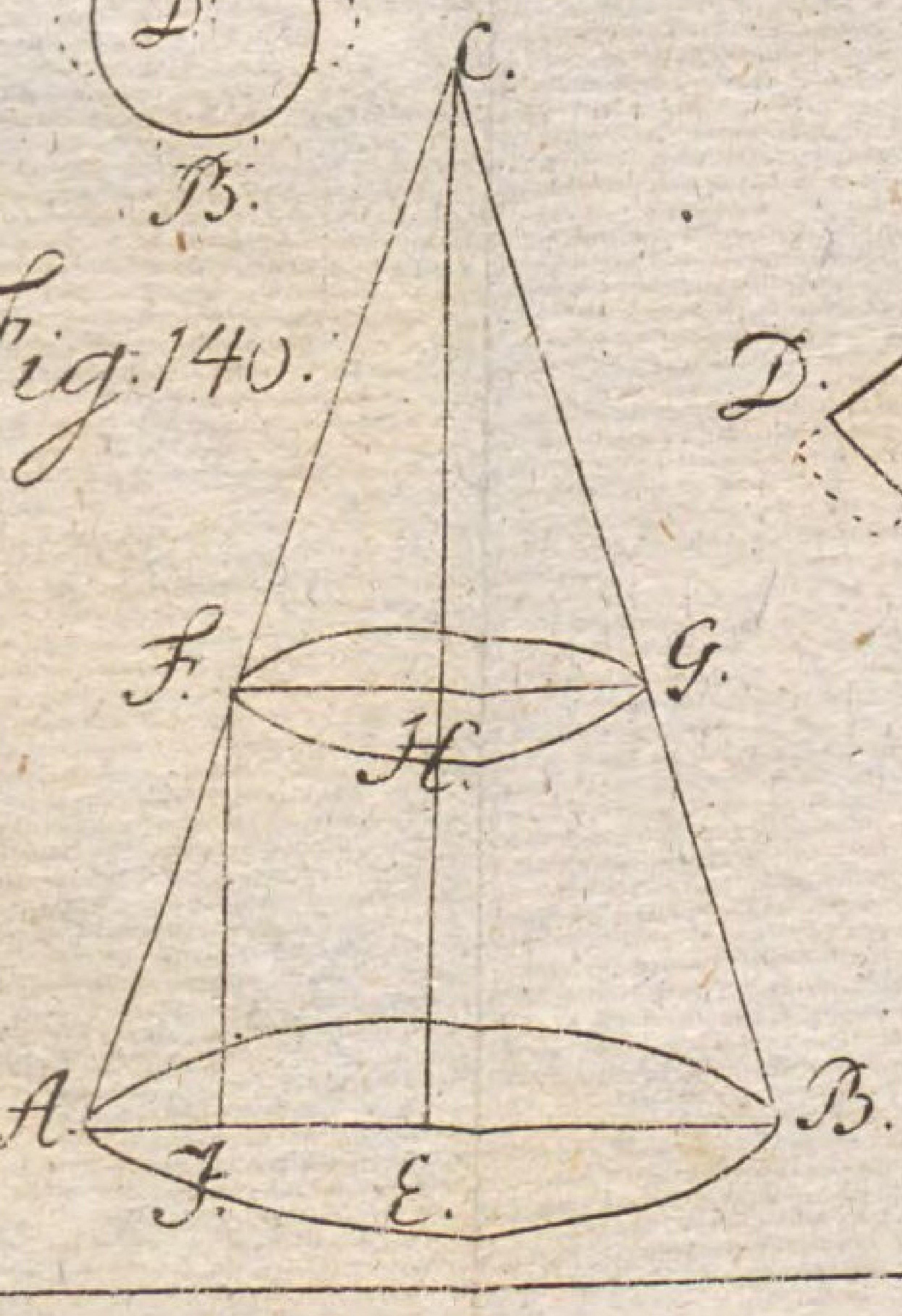


Fig: 141.

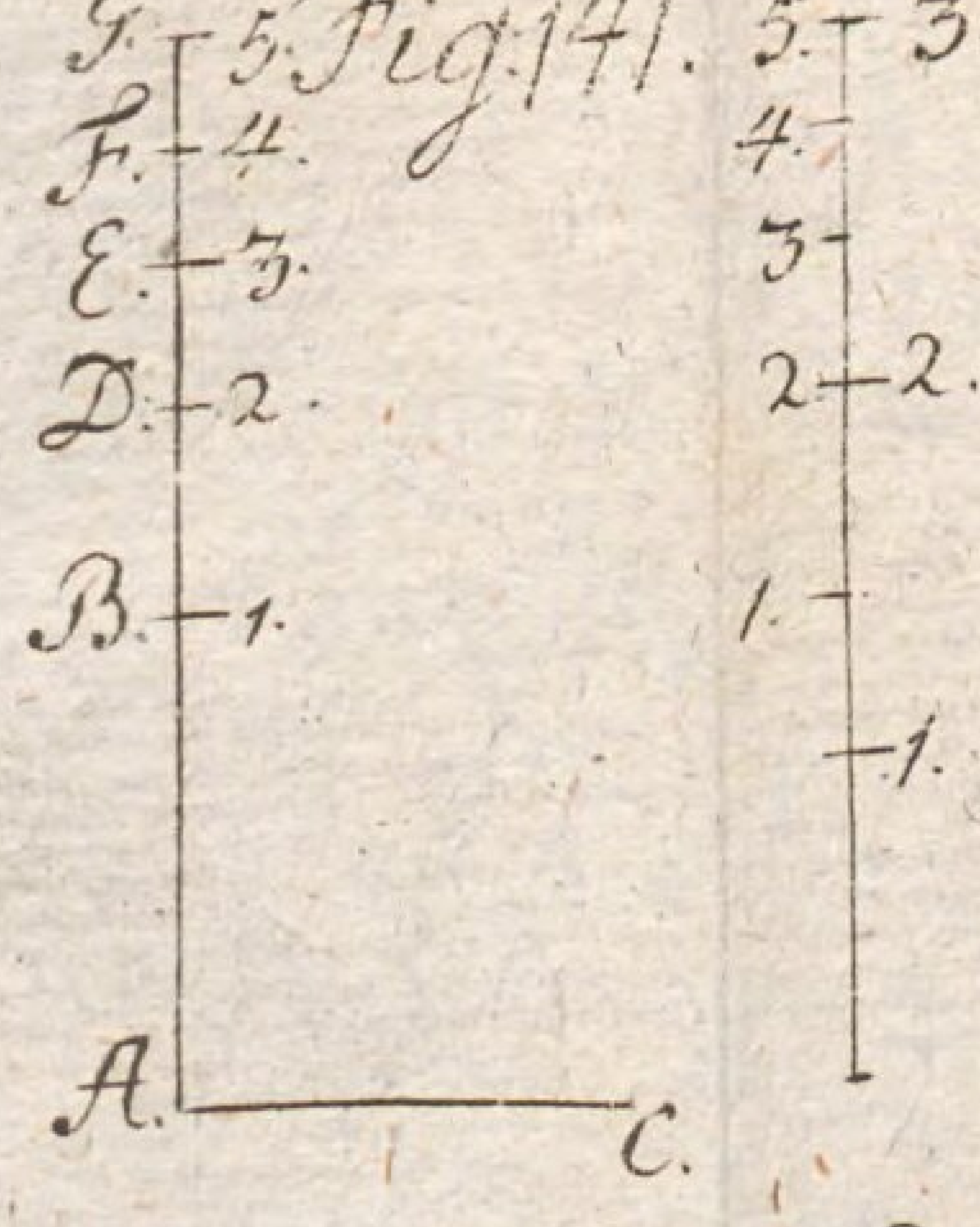


Fig: 142.

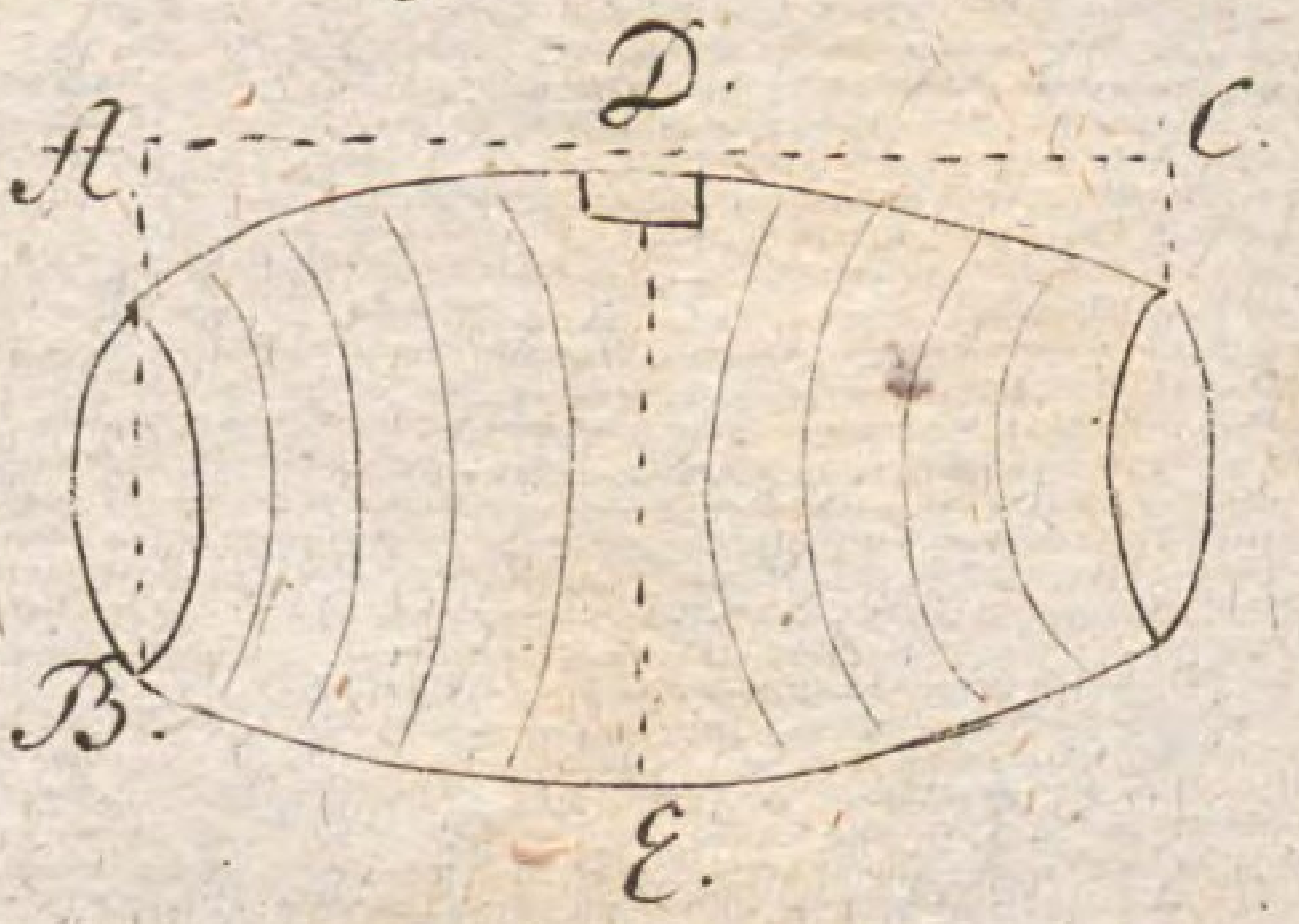


Fig: 144.

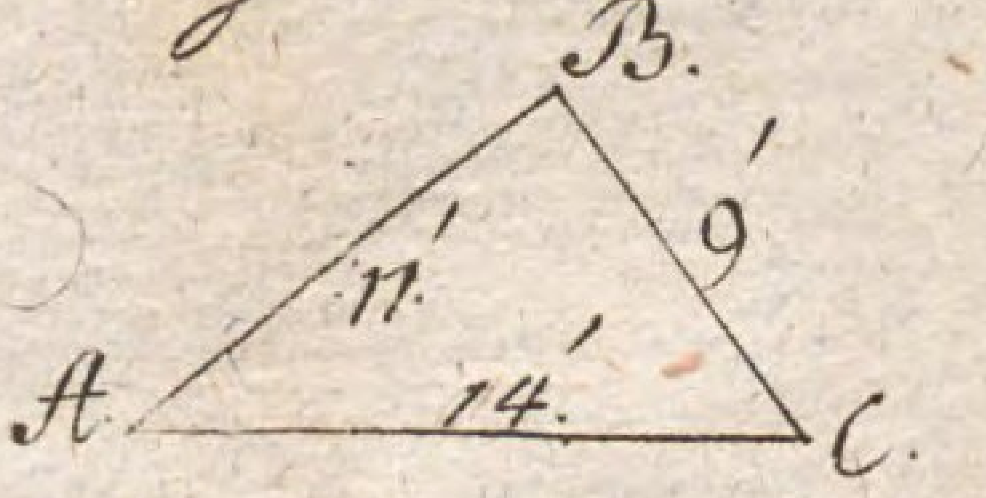


Fig: 143.

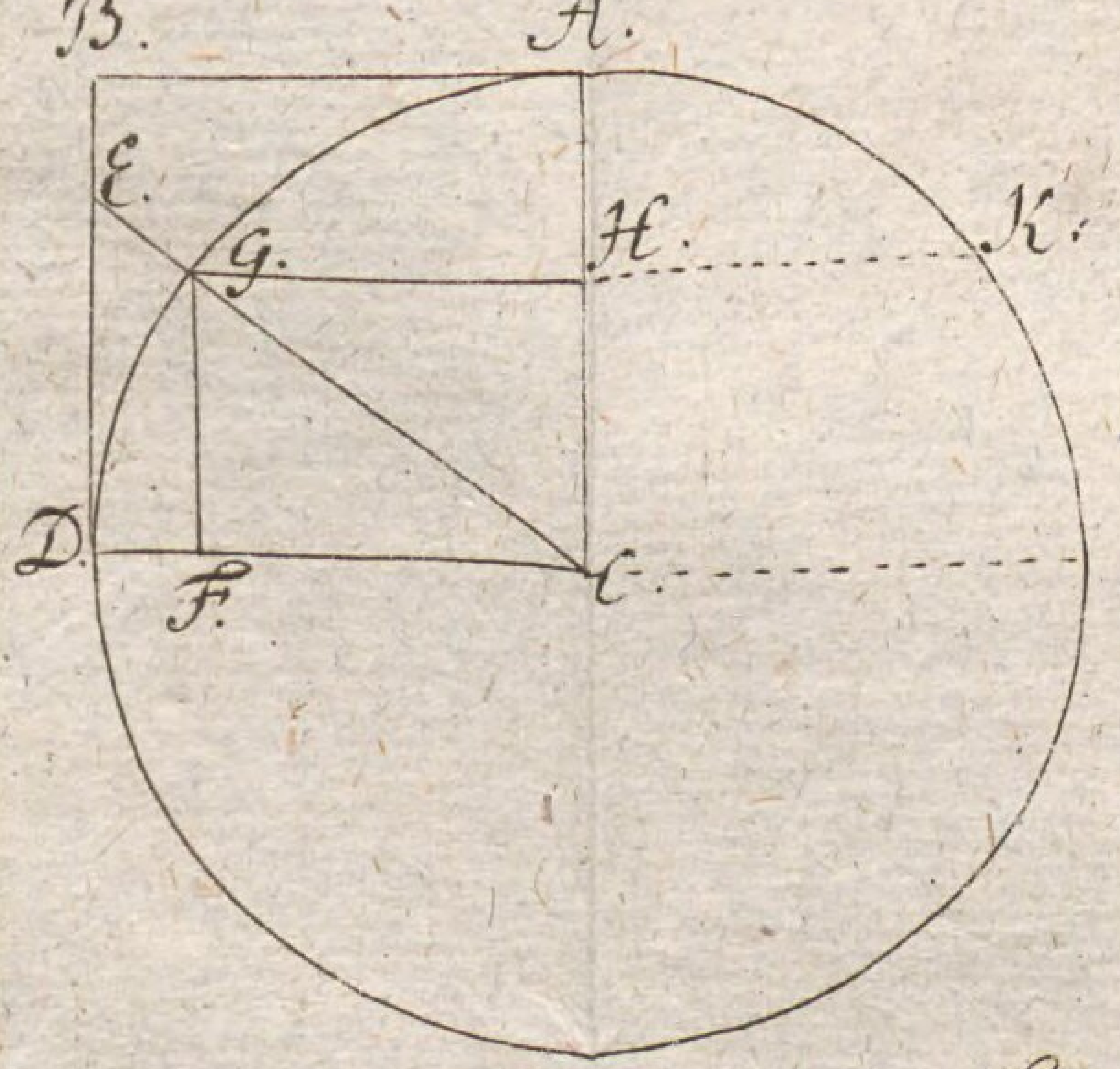


Fig: 145.

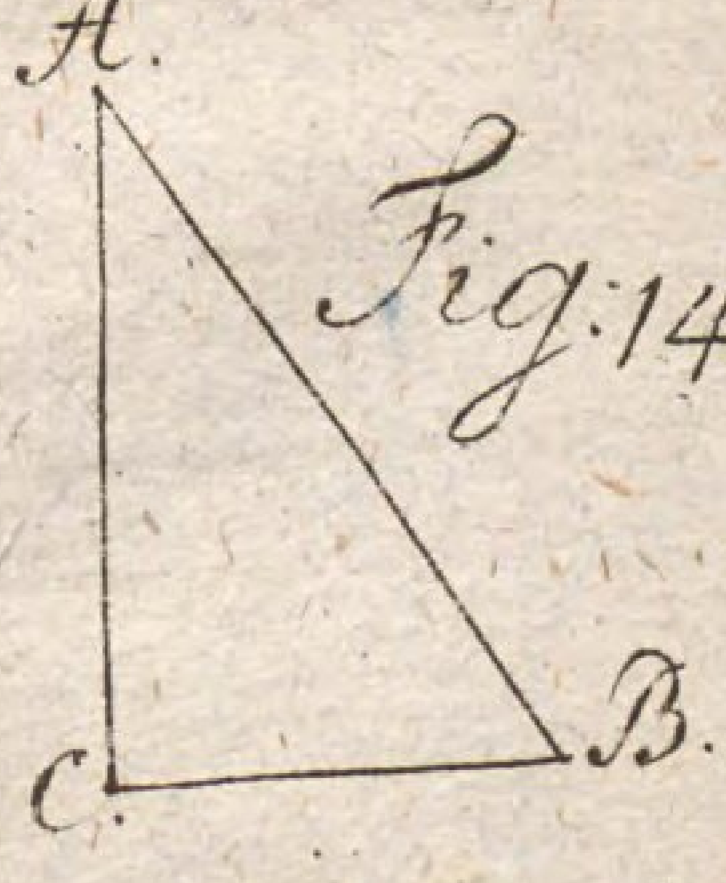


Fig: 146.

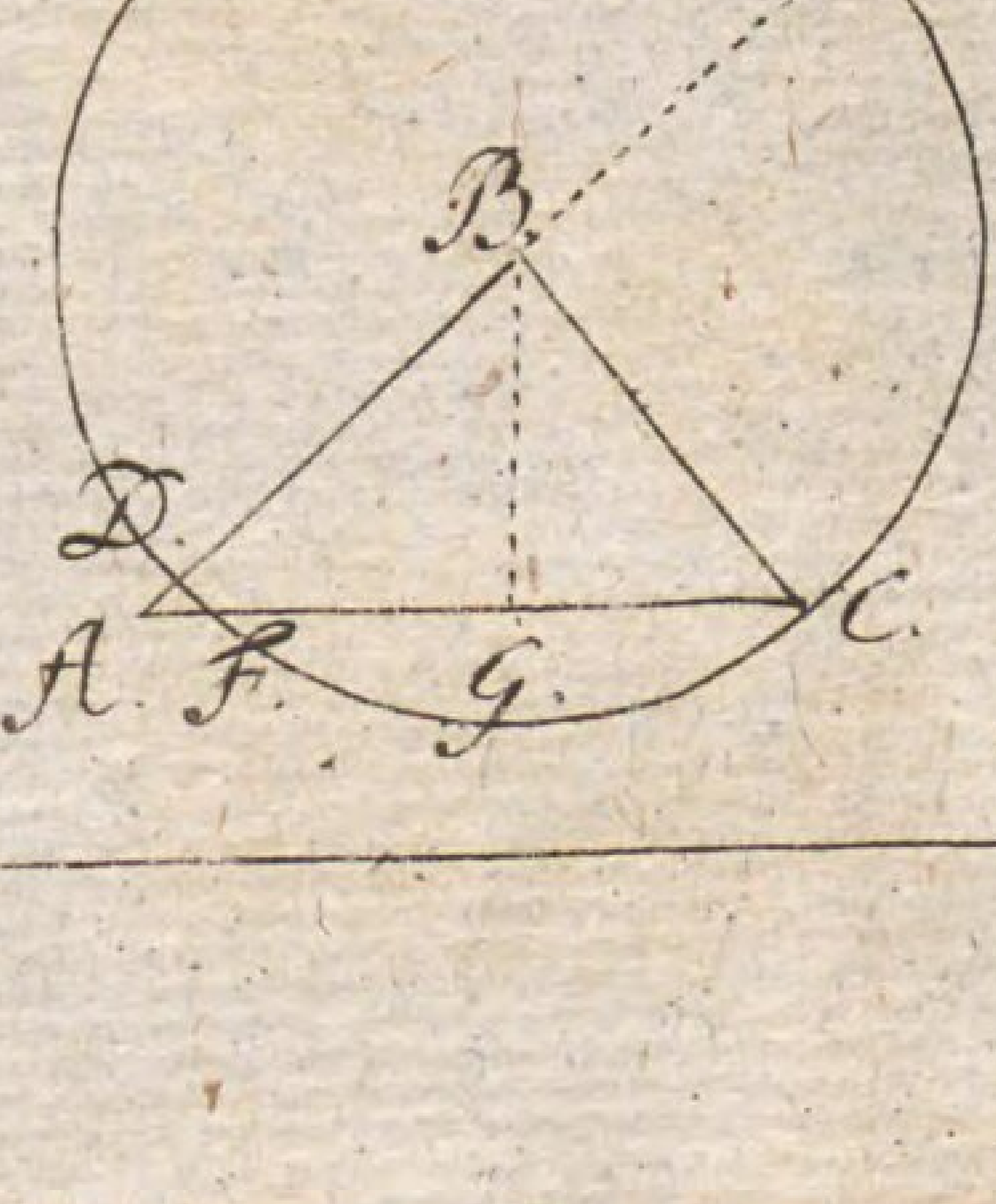


Fig: 147.

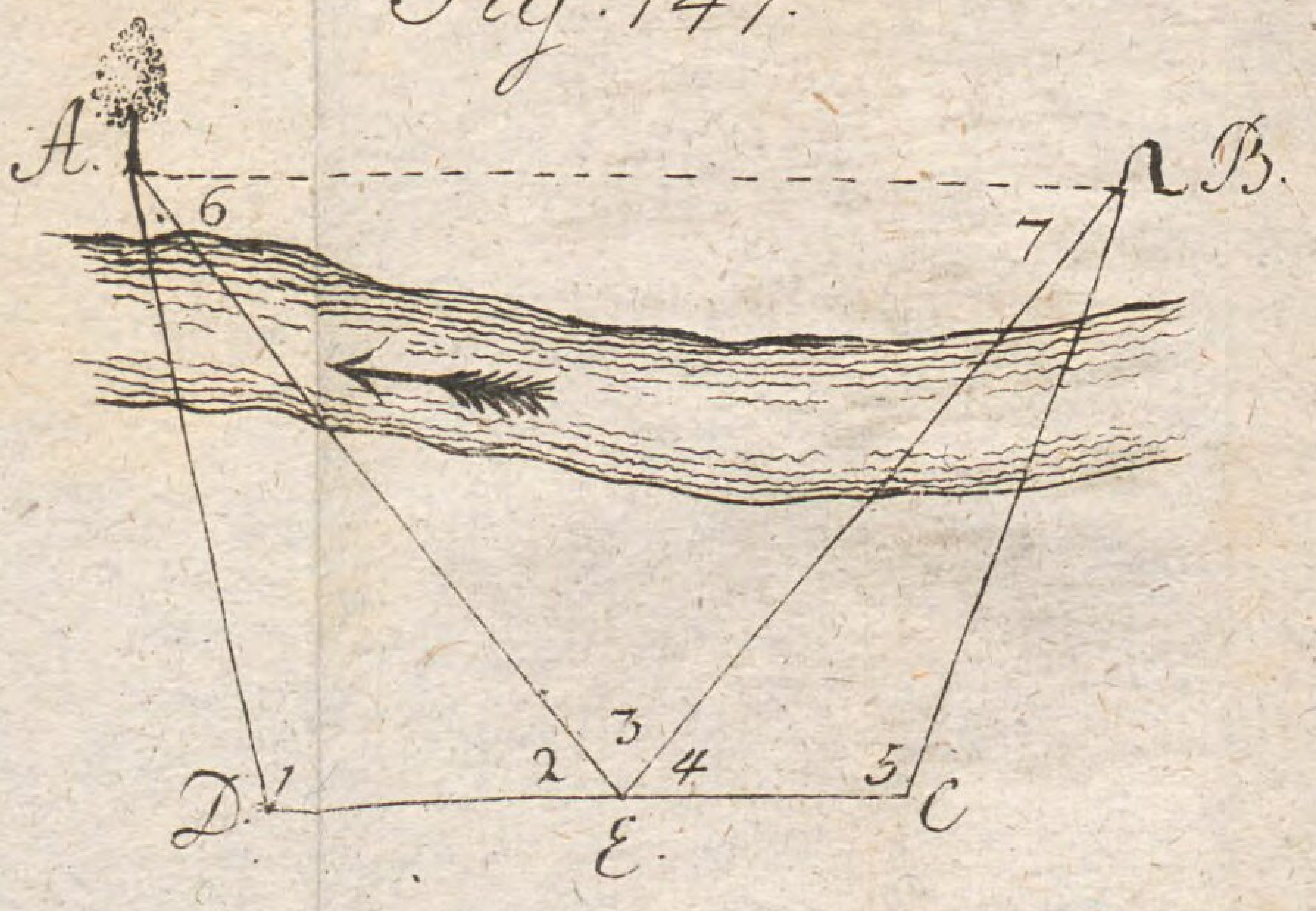
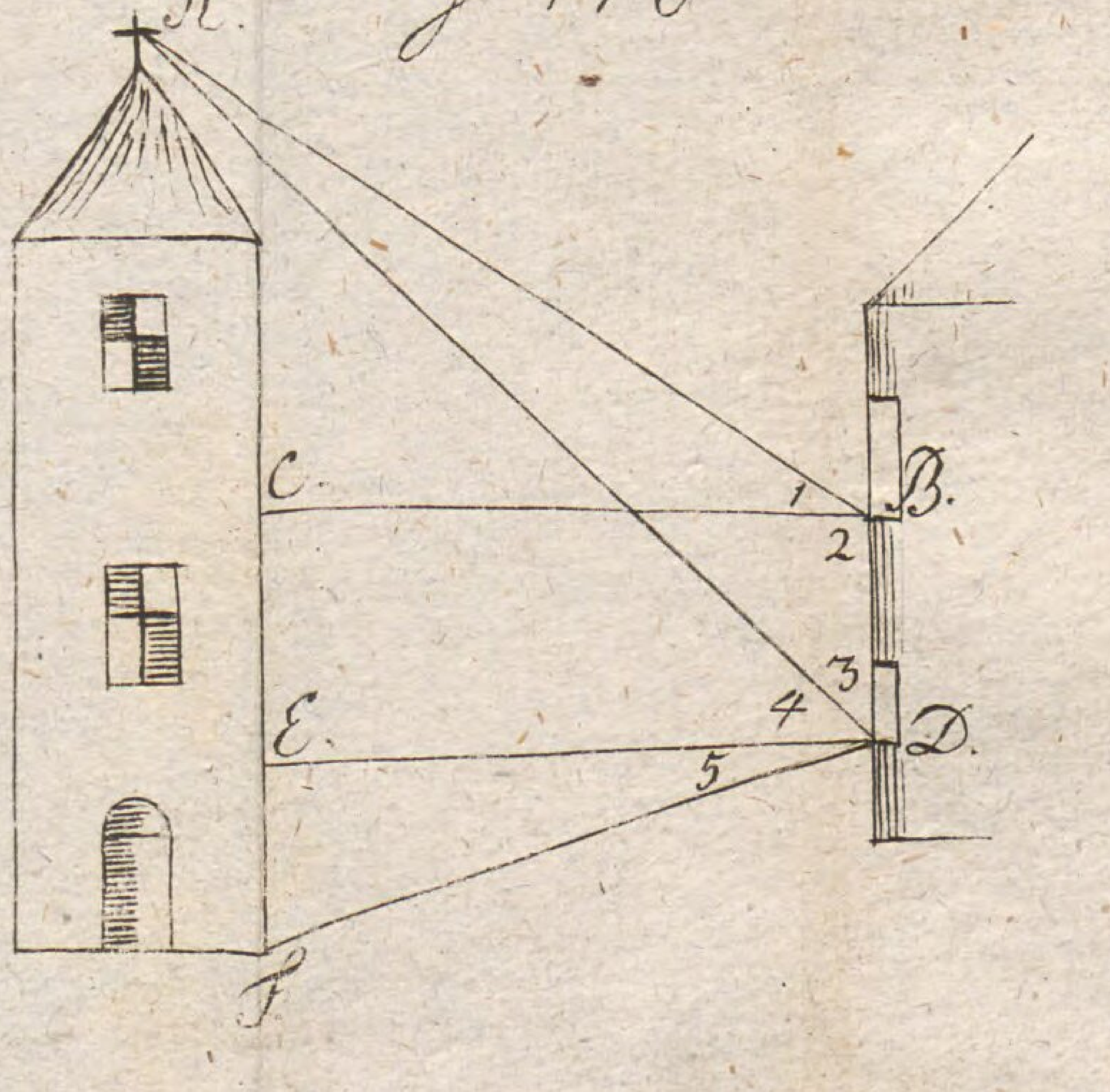


Fig: 148.



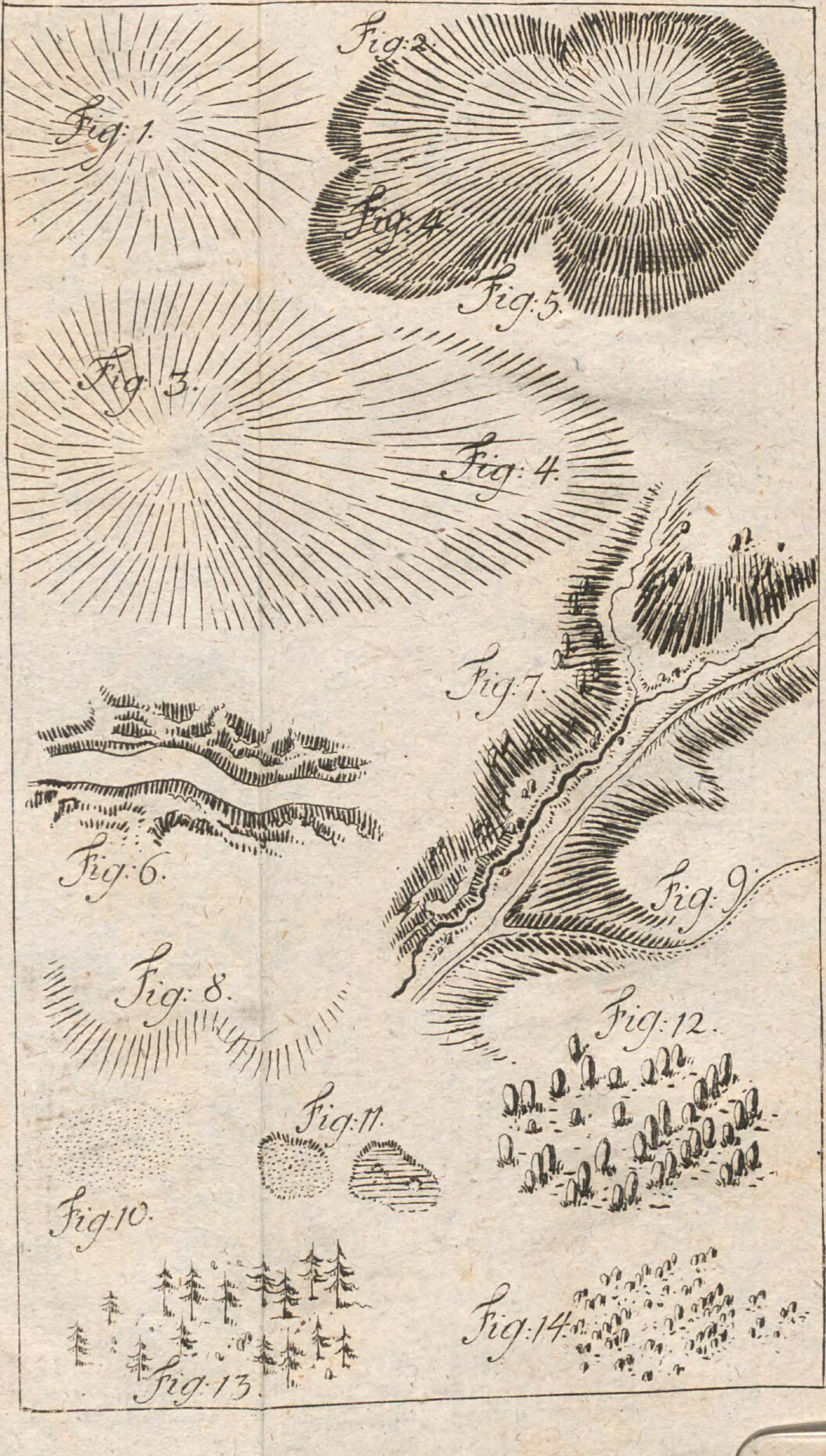
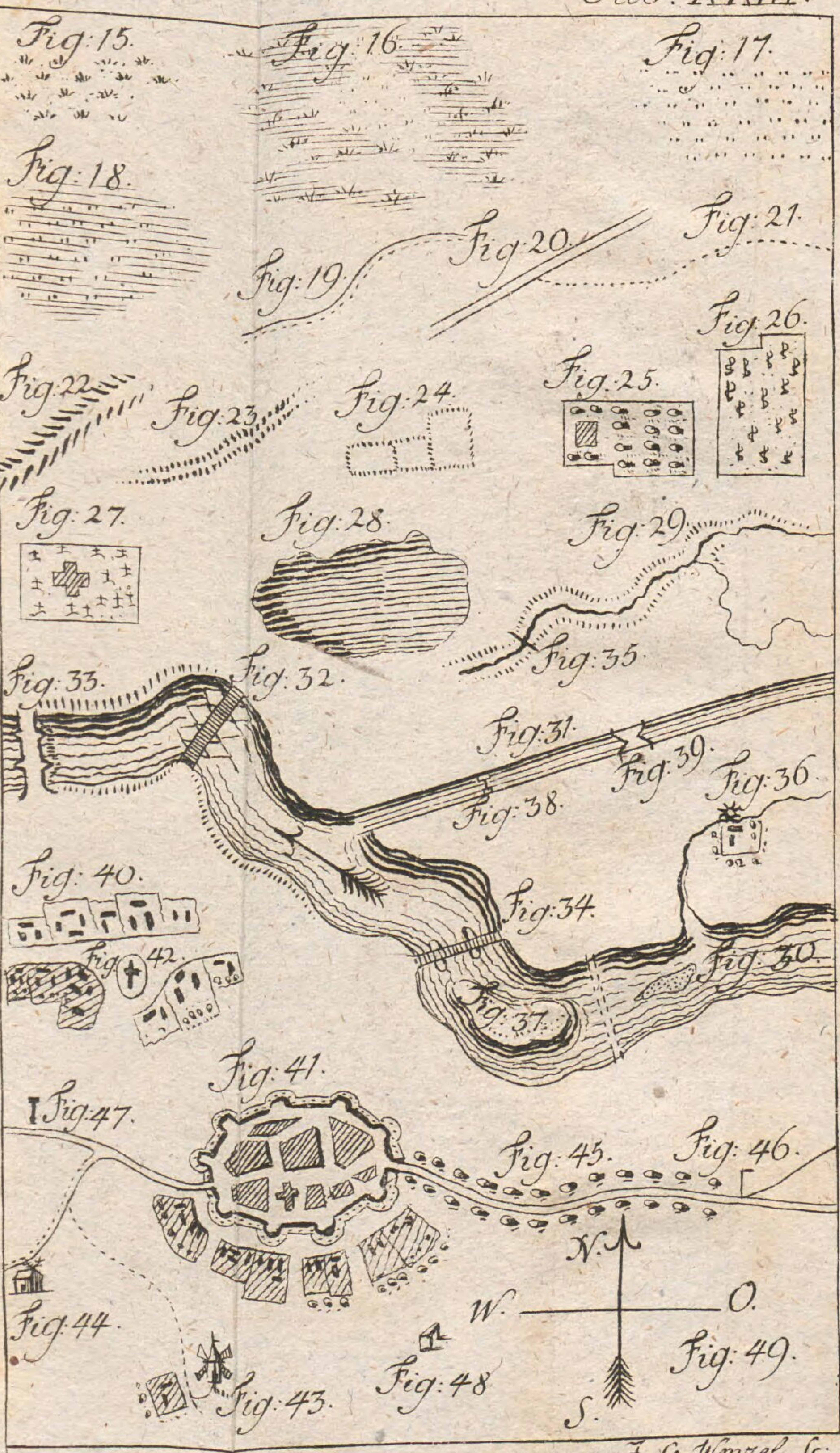


Fig: 1.
Fig: 2.
Fig: 4.
Fig: 5.
Fig: 3.
Fig: 4.
Fig: 7.
Fig: 6.
Fig: 9.
Fig: 8.
Fig: 12.
Fig: 11.
Fig: 10.
Fig: 14.
Fig: 13.

Tab: XXIII.



J. G. Wenzel sc:

Bayerische StaatsBibliothek
Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Kleine Geometrie

Dresden 1794

Math.p. 174
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10081823-1
VD18 11860472-002